

Aliran Lapisan Sempadan Magnetohidrodinamik dalam Karbon Nanotub merentasi Plat Bergerak dengan Kesan Gelinciran dan Radiasi Terma

(Magnetohydrodynamic Boundary Layer in Carbon Nanotube past a Moving Plat with Slip and Thermal Radiation Effects)

Izamarlina Asshaari^{a,b*}, Alias Jedi^c & Firdaus Mohd Hamzah^{a,b}

^aJabatan Pendidikan Kejuruteraan, Fakulti Kejuruteraan dan Alam Bina, Universiti Kebangsaan Malaysia, Malaysia

^aPusat Penyelidikan Pendidikan Kejuruteraan, Fakulti Kejuruteraan dan Alam Bina, Universiti Kebangsaan Malaysia, Malaysia

^cJabatan Kejuruteraan Mekanikal & Pembuatan, Fakulti Kejuruteraan dan Alam Bina, Universiti Kebangsaan Malaysia, Malaysia

*Corresponding author; email: izamarlina@ukm.edu.my

Received 15th June 2022, Received in revised form 29th July 2022
Accepted 1st September 2022, Available online 15th November 2022

ABSTRAK

Lapisan sempadan momentum dan terma yang dirangsang oleh aliran magnetohidrodinamik (MHD) pada permukaan plat bergerak dalam karbon nanotub dinding tunggal dan multidinding (SWCNT dan MWCNT) dengan kesan gelinciran dan radiasi terma dikaji. Model matematik nanobendalir yang melibatkan persamaan pembezaan separa menaakluk diterbitkan. Kemudian, model matematik ini dijelmakan kepada persamaan pembezaan biasa peringkat tinggi melalui kaedah penjelmaan keserupaan yang kemudiannya diselesaikan secara berangka dengan menggunakan kaedah atur cara boundary value problem with fourth-order accuracy (bvp4c) dalam perisian MATLAB. Pengaruh parameter-parameter yang berkaitan seperti pecahan isipadu nanozarah, kesan medan magnet, kesan gelinciran dan radiasi terma pada pemindahan haba dianalisis dan dibincangkan. Didapati penyelesaian dual wujud dalam aliran menentang. Kajian juga mendapati fluks haba pada permukaan plat meningkat dengan peningkatan kesan gelinciran. Kadar pemindahan haba pada permukaan plat dalam SWCNT-air lebih tinggi berbanding MWCNT-air.

Kata kunci: Lapisan sempadan; pemindahan haba; MHD; karbon nanotub

ABSTRACT

Momentum and thermal boundary layers stimulated by magnetohydrodynamic flow (MHD) on moving plate surface in single and multiwall carbon nanotubes (SWCNT and MWCNT) with slip and thermal radiation effects were studied. The mathematical modelling is developed to derive the governing partial differential equations. These models were transformed into a system of nonlinear ordinary differential equations via similarity transformation, which are then solved numerically using the boundary value problem with fourth-order accuracy (bvp4c) solver in MATLAB software. The effects of relevant parameters such as nanoparticle volume fraction, magnetic field, slip and thermal radiation on heat transfer are analyzed and discussed. It is found that dual solutions exist in opposing flows. The study also found that the heat flux on the moving plate increased with the increasing in slip effect. Also, the heat transfer rate in SWCNT-water is higher than that of MWCNT-water.

Keywords: Boundary layer; heat transfer; MHD; carbon nanotube

PENGENALAN

Pada tahun 1991, satu kejayaan dalam penyelidikan struktur nano karbon telah menggemparkan seluruh dunia. Iijima (1991), seorang ilmunan Jepun telah melaporkan sintesis pencirian TEM beresolusi tinggi yang dikenali sebagai nanotub karbon (CNT). CNT telah menjadi salah satu kajian yang paling intensif dalam pelbagai bidang penyelidikan dan

menjadi batu loncatan untuk revolusi nanoteknologi. Bahan ini dianggap sebagai teknologi masa depan berdasarkan kepada dimensi skala nano mereka, domain penggunaan dan aplikasi yang luas dan yang paling penting adalah sifat materialnya yang luar biasa. CNT yang sering digunakan dalam kajian nanobendalir adalah nanotub karbon dinding tunggal (SWCNT), nanotub karbon dinding dua (DWCNT) dan nanotub karbon multidinding (MWCNT) (rujuk

Rajah 1). Nanobendalir merupakan satu daripada medium pemindahan haba yang terdapat dalam pelincir, sistem tenaga solar, terapi kanser dan sebagainya. Menurut Tulus et al. (2008), pemindahan haba turut diaplikasikan dalam enjin pembakaran yang menghubungkan kebuk pembakaran dengan kebuk tendang balik.

Kebelakangan ini, aliran magnetohidrodinamik (MHD) dan pemindahan haba ke atas permukaan plat rata yang bergerak menjadi permasalahan yang penting dalam bidang masalah kejuruteraan, terutamanya bidang kejuruteraan petroleum, kajian plasma, pengambilan tenaga panas bumi, aerodinamik dan banyak lagi. Menurut Sheikholeslami dan Ganji (2016), MHD merujuk kepada bidang yang mengkaji sifat magnetik dan tingkah laku bendalir yang berupaya mengalirkan elektrik.

Mohyud-Din et al. (2016) mendapati apabila nilai parameter kesan magnet meningkat, profil halaju akan menurun dan ketebalan lapisan sempadan turut menurun. Majeed et al. (2017) menyimpulkan peningkatan nilai parameter kesan magnet didapati menurunkan profil halaju kesan daripada pengaruh daya Lorentz. Menurut Majeed et al. (2017), daya Lorentz ini bertindak menentang aliran bendalir, dan seterusnya menghasilkan rintangan dalam aliran bendalir tersebut. Selain itu, kesan daripada daya Lorentz ini turut dilihat mengakibatkan peningkatan dalam profil suhu dan profil kepekatan.

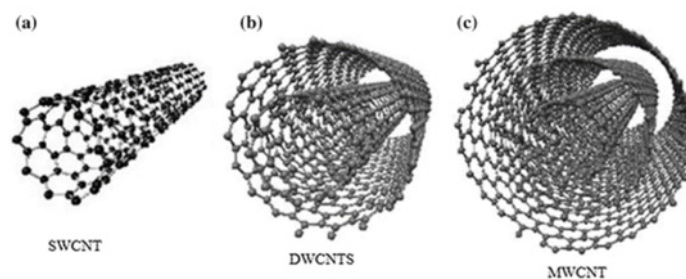
Soid et al. (2018) berpendapat kesan medan magnet dalam bendalir mikropolar adalah penting untuk mengawal halaju bendalir. Kehadiran medan magnet menghasilkan daya tahan yang menyebabkan aliran bendalir menjadi perlahan. Ini menyebabkan pekali geseran kulit pada permukaan meningkat. Alarifi et al. (2019) mendapati apabila nombor Hartmann meningkat, profil halaju dalam aliran bantu akan menurun, manakala dalam aliran menentang profil halaju akan meningkat. Berdasarkan kajian yang dibuat oleh Nur Syazana et al. (2020a), peningkatan nilai kesan medan magnet dalam nanobendalir SWCNT-air telah meningkatkan nilai pekali geseran kulit setempat dan nombor Nusselt setempat. Selain itu, Nur Syazana et al. (2020b) turut mengkaji aliran olakan campuran MHD ke atas permukaan meregang/mengecut dalam nanobendalir dan mendapati

peningkatan nilai kesan medan magnet menyebabkan penurunan ketebalan lapisan momentum dan ketebalan lapisan terma. Oleh itu, mereka menyimpulkan bahawa peningkatan ini dapat meningkatkan proses pemindahan haba untuk permukaan meregang.

Dalam mekanik nanobendalir, ketiadaan kesan gelinciran pada syarat sempadan tidak lagi berlaku. Ini menjadikan satu sebab mengapa syarat sempadan gelinciran harus dipertimbangkan pada aliran dan pemindahan haba. Kajian ke atas syarat sempadan gelinciran dalam nanobendalir dikaji oleh Nur Syazana et al. (2018). Mereka merumuskan kesan gelinciran meningkatkan tegasan ricih permukaan, kadar pemindahan dan meningkatkan julat penyelesaian. Kardri et al. (2018) memfokuskan kepada kesan gelinciran halaju peringkat pertama dan kedua pada parameter menakluk iaitu parameter olakan campuran dan parameter pecahan isi padu nanozarah. Mereka melaporkan kesan gelinciran halaju peringkat pertama meningkatkan tegasan ricih permukaan, kadar pemindahan haba dan meningkatkan julat penyelesaian. Manakala, peningkatan kesan gelinciran halaju peringkat kedua mengurangkan julat penyelesaian untuk tegasan ricih permukaan dan kadar pemindahan haba. Dalam pada itu, Jahan et al. (2018) pula merumuskan peningkatan parameter gelinciran peringkat pertama meningkatkan julat penyelesaian dual, manakala parameter gelinciran peringkat kedua mengurangkan kewujudan julat penyelesaian dual.

Siti Nur Alwani et al. (2019a) mendapati bahawa peningkatan parameter gelinciran telah meningkatkan julat penyelesaian dan turut merumuskan peningkatan nilai parameter gelinciran meningkatkan pekali geseran kulit pada permukaan jarum. Nur Syazana et al. (2019) pula melaporkan bahawa parameter gelinciran (peringkat pertama dan kedua) meningkatkan julat penyelesaian dual dan seterusnya meningkatkan kadar pemindahan haba sementara nilai pekali geseran kulit didapati berkurang ketika plat dan aliran bebas bergerak ke arah yang sama.

Menurut Motsumi dan Makinde (2012) dan Nayak et al. (2017), kesan radiasi terma sangat penting terutama dalam reka bentuk peralatan seperti loji nuklear, turbin gas, pelbagai alat pendorong untuk kenderaan angkasa, peluru



RAJAH 1. Jenis-jenis nanotiub karbon
Sumber: Labulo et al. (2017)

berpandu, satelit, dan juga sistem penukaran tenaga yang maju. Menurut Sheikholeslami et al. (2016), sinaran radiasi juga memainkan peranan penting dalam mengawal proses pemindahan haba dalam industri polimer.

Hayat et al. (2017) membincangkan pengaruh radiasi terma ke atas nanozarah SWCNT dan MWCNT dan melaporkan peningkatan nilai radiasi meningkatkan profil suhu. Selain itu, mereka turut melaporkan profil suhu untuk nanobendalir SWCNT-air dilihat lebih tinggi berbanding MWCNT-air. Seterusnya, Hayat et al. (2018a) menganalisis aliran karbon nanotub dalam bendalir asas air dengan kesan radiasi terma dan melaporkan nombor Nusselt setempat untuk SWCNT dan MWCNT meningkat dengan peningkatan nilai radiasi terma. Afridi et al. (2018) pula melaporkan apabila nilai parameter radiasi terma meningkat mengakibatkan penurunan profil suhu bagi nanobendalir SWCNT-air dan MWCNT-air. Selain itu, pekali geseran kulit setempat turut dilaporkan meningkat dengan peningkatan nilai parameter radiasi terma. Naganthran et al. (2018) merumuskan apabila nilai parameter radiasi terma berkurangan, nilai pekali geseran kulit dan nombor Nusselt turut berkurangan.

Sementara itu, Naganthran dan Nazar (2019) melaporkan peningkatan dalam kadar pemindahan haba apabila nilai parameter radiasi terma meningkat. Mereka berpendapat dengan meningkatkan nilai parameter radiasi terma, fluks haba pada permukaan meningkat dan ketebalan lapisan sempadan terma menjadi lebih nipis. Oleh itu, kadar pemindahan haba bertambah baik. Selanjutnya, Hussanan et al. (2019) mendapati profil suhu meningkat dengan peningkatan parameter radiasi terma. Pengaruh radiasi terma pada pemindahan haba turut dibincangkan oleh ramai penyelidik seperti Ibrahim dan Shankar (2013), Yazdi et al. (2014), Pal dan Mandal (2014), Haroun et al. (2017), Ghadikolaie et al. (2018) dan ramai lagi.

Oleh itu, kajian ini dijalankan untuk memperluaskan kajian oleh Izamarlina Asshaari et al. (2020) dalam aliran lapisan sempadan MHD. Objektif utama kajian ini adalah untuk mengkaji kesan medan magnet merentasi plat bergerak dengan kehadiran kesan gelinciran dan radiasi terma. Kajian dijalankan dengan menggunakan model matematik, sebelum ini diperkenalkan oleh Tiwari dan Das (2007) yang mana mereka membincangkan kesan pecahan isi padu nanozarah dalam mempengaruhi kelikatan nanobendalir.

METODOLOGI

Diandaikan bahawa plat bergerak dalam arah paksi- x dengan halaju tetap $U_w(x)$ dan terdapat halaju aliran bebas $U_\infty(x)$ yang jauh dari permukaan plat. Suhu permukaan ialah $T_w(x)$ manakala suhu persekitaran T_∞ dengan andaian plat dikekalkan pada suhu permukaan. Fluks haba radiasi q_r bertindak pada arah paksi- y , yang mana ia bertentangan dengan arah aliran bendalir. Dalam kajian ini, fluks haba radiasi pada paksi- x diabaikan. Ini adalah kerana ia bertindak dalam arah yang sama dengan aliran bendalir. Model fizikal ditunjukkan dalam Rajah 2.

Nanobendalir SWCNT-air iaitu bendalir yang mengandungi nanozarah nanotub karbon dinding tunggal (SWCNT) dengan air sebagai bendalir asas, dipertimbangkan. Manakala, untuk perbandingan nanobendalir MWCNT-air iaitu bendalir yang mengandungi nanozarah karbon nanotub berdinding pelbagai (MWCNT) dengan air sebagai bendalir asas juga dipertimbangkan. Menurut Xie et al. (2003), Liu et al. (2005) dan Maré et al. (2011), sifat termofizikal nanozarah SWCNT dan MWCNT didapati lebih tinggi berbanding nanozarah yang lain. Oleh itu, nanobendalir yang mengandungi nanozarah SWCNT dan MWCNT dipertimbangkan dalam kajian ini.

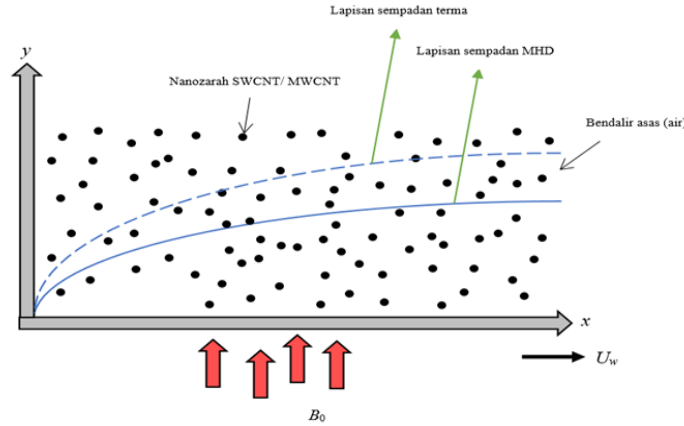
Menggunakan andaian-andaian di atas, persamaan keselanjaraan, persamaan momentum dan persamaan tenaga dinyatakan seperti berikut:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\sigma B^2(x)}{\rho_{nf}} u, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \\ = \frac{k_{nf}}{(\rho C_p)_{nf}} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} - \frac{1}{(\rho C_p)_{nf}} \frac{\partial q_r}{\partial y}. \end{aligned} \quad (3)$$

dengan u dan v adalah halaju komponen di sepanjang paksi x dan y , μ_{nf} merupakan kelikatan dinamik nanobendalir, ρ_{nf} merupakan pekali ketumpatan nanobendalir, α_{nf} merupakan pekali resapan terma nanobendalir, $B(x) = B_0 x^{-1/2}$ merupakan medan magnet, $(\rho C_p)_{nf}$ merupakan pekali muatan haba nanobendalir, dan q_r pula merupakan fluks haba radiasi.



RAJAH 2. Gambarajah fizikal model

Sementara itu, dengan menggunakan penghampiran Rosseland, menurut Yazdi, Moradi, Dinarvand, et al. (2014), fluks haba radiasi, q_r , ditakrifkan seperti berikut :

$$q_r = -\frac{4\sigma^*}{3k^*} \frac{\partial T^4}{\partial y}, \quad (4)$$

di mana σ^* merupakan pemalar Stefan-Boltzmann dan k^* ialah pekali min resapan spektrum Rosseland. Diandaikan perbezaan suhu di antara aliran, T^4 , boleh dikembangkan dengan menggunakan kaedah siri Taylor sebagai kombinasi linear suhu (Hayat et al. 2015). Seterusnya, dengan mengabaikan tertib yang lebih tinggi, $T^4 \approx 4T_\infty^3 T - 3T_\infty^4$ akan diperolehi.

Dengan menggantikan persamaan (4) ke dalam persamaan (3), persamaan tenaga yang baharu diperolehi seperti berikut:

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{k_{nf}}{(\rho C_p)_{nf}} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{16\sigma^* T_\infty^3}{3k^* (\rho C_p)_{nf}} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}. \quad (5)$$

Dengan itu, syarat sempadan untuk persamaan (1), (2) dan (5) adalah:

$$u = U_w + L_1 \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right), v = 0, T = T_w \text{ pada } y = 0, \quad (6)$$

$$u \rightarrow U_\infty, T \rightarrow T_\infty \text{ apabila } y \rightarrow \infty,$$

Pekali gelincir ditakrifkan sebagai $L_1 = L(\text{Re}_w + \text{Re}_\infty)^{1/2}$ di mana L merupakan panjang permukaan plat, $\text{Re}_w = U_w x / \nu_f$ adalah nombor Reynolds berdasarkan halaju plat, $\text{Re}_\infty = U_\infty x / \nu_f$ adalah nombor Reynolds berdasarkan halaju bebas arus.

Dalam kajian ini, penjelmaan keserupaan oleh Bachok et al. (2010) digunakan. Merujuk Bachok et al. (2010), pemboleh ubah tak bersandar η dipilih berdasarkan jenis plat yang sama. Tujuannya adalah untuk memperoleh persamaan keserupaan (persamaan pembezaan biasa). Penjelmaan keserupaan tersebut dinyatakan seperti berikut:

$$\eta = \left(\frac{U}{\nu_f x} \right)^{1/2} y,$$

$$\psi = (\nu_f x U)^{1/2} f(\eta), \quad (7)$$

$$\theta(\eta) = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty}.$$

dengan fungsi arus, ψ yang mentakrifkan $u = \frac{\partial \psi}{\partial y}$ dan $v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$. Dengan ini, persamaan (1) dipenuhi.

Diandaikan gubahan halaju U ditakrifkan sebagai $U = U_w + U_\infty$ (Afzal et al. 1993). Seterusnya, persamaan (2) dan (5) dapat diturunkan kepada persamaan pembezaan biasa seperti berikut:

$$f''' + \varepsilon_1 \left[\frac{1}{2} f f'' \right] - \varepsilon_2 M f' = 0, \quad (8)$$

$$\frac{1}{\text{Pr}} \theta'' + \left[\frac{3\varepsilon_3}{3K + 4Nr} \right] \left[\frac{1}{2} f \theta' \right] = 0 \quad (9)$$

tertakluk kepada syarat sempadan

$$f(0) = 0, f'(0) = \lambda + \sigma f''(0), \theta(0) = 1, \quad (10)$$

$$f'(\eta) \rightarrow 1 - \lambda, \theta(\eta) \rightarrow 0 \text{ apabila } \eta \rightarrow \infty$$

dengan $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ dan K mewakili pekali-pekali yang berkaitan dengan sifat-sifat nanobendalir, dan masing-masing dinyatakan seperti berikut:

$$\varepsilon_1 = (1 - \phi)^{2.5} \left(1 - \phi + \phi \frac{\rho_{CNT}}{\rho_f} \right), \quad (11)$$

$$\varepsilon_2 = (1 - \phi)^{2.5}, \quad (12)$$

$$\varepsilon_3 = 1 - \phi + \phi \frac{(\rho C_p)_{CNT}}{(\rho C_p)_f} \quad (13)$$

$$K = \frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{1 - \phi + 2\phi \left(\frac{k_{CNT}}{k_{CNT} - k_f} \right) \ln \left(\frac{k_{CNT} + k_f}{2k_f} \right)}{1 - \phi + 2\phi \left(\frac{k_f}{k_{CNT} - k_f} \right) \ln \left(\frac{k_{CNT} + k_f}{2k_f} \right)} \quad (14)$$

Selain itu, M ialah parameter medan magnet, Nr ialah parameter radiasi terma, λ ialah parameter nisbah halaju dan σ ialah parameter gelinciran, yang mana masing-masing dinyatakan seperti berikut:

$$M = \frac{\sigma B_0^2}{\rho_f U}, \quad (15)$$

$$Nr = \frac{4\sigma^* T_\infty^3}{k^* k_f}, \quad (16)$$

$$\lambda = \frac{U_w}{U}, \quad (17)$$

$$\sigma = \frac{\xi U}{\nu_f}. \quad (18)$$

Adalah penting untuk mempunyai pemahaman asas tentang sifat termofizikal nanobendalir, seperti pekali resapan terma nanobendalir, pekali ketumpatan nanobendalir, pekali kelikatan dinamik nanobendalir, pekali muatan haba nanobendalir dan pekali kekonduksian terma nanobendalir sebelum kita membangunkan sistem terma. Sebagai contoh, kekonduksian terma merupakan faktor penting dalam menentukan keberkesanan pemindahan haba. Lebih-lebih lagi, kelikatan dinamik menunjukkan bahawa rintangan bendalir secara langsung mempengaruhi tekanan.

Dalam kajian ini, berdasarkan pemalar daripada Khan et al. (2014), sifat termofizikal untuk air, SWCNT dan MWCNT diberikan dalam Jadual 1, manakala nilai nombor Prandtl untuk bendalir asas berdasarkan Oztop dan Abu-Nada (2008), ialah $Pr = 6.2$. Jadual 2 pula menunjukkan pekali resapan terma, pekali ketumpatan, pekali kelikatan dinamik, pekali muatan haba dan pekali kekonduksian terma nanobendalir.

JADUAL 1. Pemalar bagi sifat termofizikal untuk air, SWCNT dan MWCNT

Pekali Termofizikal	Bendalir asas (Air)	SWCNT	MWCNT
Pekali haba tentu, C_p	4179		425
Ketumpatan ρ	997		2600
Pekali kekonduksian terma k	0.613		6600

JADUAL 2. Pekali termofizikal

Pekali Termofizikal	
Resapan Terma Nanobendalir	$\alpha_{nf} = \frac{k_{nf}}{(\rho C_p)_{nf}}$, dengan k_{nf} merupakan pekali kekonduksian terma $(\rho C_p)_{nf}$ merupakan pekali muatan haba nanobendalir
Pekali Ketumpatan Nanobendalir	$\rho_{nf} = (1-\phi)\rho_f + \phi\rho_{CNT}$, dengan ϕ ialah pecahan isi padu nanozarah karbon nanotiub.
Kelikatan Dinamik Nanobendalir	$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1-\phi)^{2.5}}$, dengan μ_f adalah kelikatan dinamik bendalir asas
Muatan Haba Nanobendalir	$(\rho C_p)_{nf} = (1-\phi)(\rho C_p)_f + \phi(\rho C_p)_{CNT}$, dengan $(\rho C_p)_f$ mewakili pekali muatan haba bendalir asas, $(\rho C_p)_{CNT}$ mewakili pekali muatan haba karbon nanotiub.
Kekonduksian Terma Nanobendalir	$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{1-\phi+2\phi\frac{k_{CNT}}{k_{CNT}-k_f}\ln\frac{k_{CNT}+k_f}{2k_f}}{1-\phi+2\phi\frac{k_f}{k_{CNT}-k_f}\ln\frac{k_{CNT}+k_f}{2k_f}}$ dengan k_f mewakili kekonduksian terma bendalir asas, k_{CNT} mewakili kekonduksian terma karbon nanotiub.

Dalam kajian ini, kuantiti fizikal yang menarik untuk dikaji adalah pekali geseran kulit setempat C_f dan nombor Nusselt setempat Nu_x , yang ditakrifkan sebagai:

$$C_f = \frac{\tau_w}{\rho_f U^2}, \quad Nu_x = \frac{xq_w}{k_f (T_w - T_\infty)}. \quad (19)$$

dengan pekali ricih permukaan τ_w dan pekali fluks haba permukaan q_w ditakrifkan seperti berikut:

$$\tau_w = \mu_{nf} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0}, \quad (20)$$

$$q_w = -k_{nf} \left(\frac{dT}{dy} \right)_{y=0} + (q_r)_{y=0}.$$

Seterusnya, dengan menggantikan persamaan (20) ke dalam persamaan (19), persamaan tersebut diperoleh:

dengan $v_f = \mu_f / \rho_f$ adalah kelikatan kinematik dan $Re_x = Ux / v_f$ adalah nombor Reynolds tempatan.

KEPUTUSAN DAN PERBINCANGAN

Sistem persamaan pembezaan biasa (8) dan (9) dengan syarat sempadan (10) telah diselesaikan secara berangka menggunakan kaedah *bvp4c*. Kesan parameter nisbah halaju λ , parameter magnet M , parameter gelinciran σ , parameter radiasi terma Nr dan parameter pecahan isi padu nanozarah ϕ dipertimbangkan dalam kajian ini. Bagi model matematik nanobendalir, nilai parameter pecahan isi padu nanozarah ϕ dipilih berdasarkan nilai yang dicadangkan oleh Anuar et al. (2018). Mereka mempertimbangkan nilai parameter ϕ dalam julat antara 0 hingga 0.2 ($0 \leq \phi \leq 0.2$).

JADUAL 3. Perbandingan nilai $f''(0)$ untuk SWCNT dalam bendalir asas

λ	Nur Syazana et al. (2018)	Kajian terkini
-0.5	0.3978	0.3978
	[0.1710]	[0.1710]
-0.4	0.4356	0.4356
	[0.0834]	[0.0834]
-0.3	0.4339	0.4339
	[0.0367]	[0.0367]
0	0.3321	0.3321
0.5	0	0
1	-0.4438	-0.4439

[] penyelesaian kedua

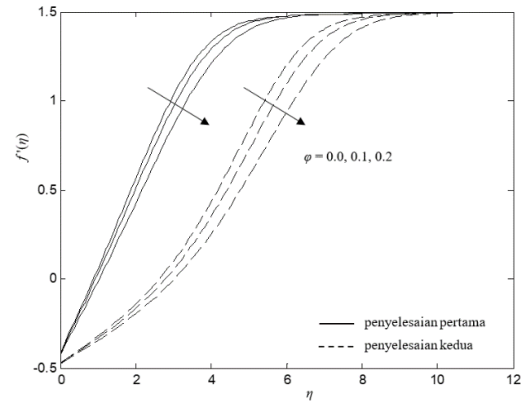
Penyelesaian yang terhasil bagi ciri-ciri pemindahan haba bagi kes ketiadaan kesan magnet, radiasi terma dan gelinciran ($M = Nr = \sigma = 0$) serta pecahan isi padu nanozarah ($\phi = 0.0, 0.1, 0.2$) diguna untuk membandingkan ketepatan kaedah ini. Nilai pekali geseran kulit setempat $f''(0)$ yang diperolehi dibandingkan dengan keputusan yang diperolehi daripada Anuar et al. (2018). Keputusan yang diperolehi menunjukkan hasil perbandingan adalah baik dan ditunjukkan dalam Jadual 3. Oleh itu, dapat disimpulkan bahawa kaedah yang digunakan dapat memberikan keputusan berangka yang baik.

Profil halaju $f'(\eta)$ dan profil suhu $\theta(\eta)$ untuk parameter pecahan isi padu nanozarah ϕ , kesan medan magnet M , kesan gelinciran σ dan kesan radiasi terma Nr apabila $\lambda = -0.5$ (aliran menentang) bagi nanobendalir SWCNT-air ditunjukkan dalam Rajah 2 hingga Rajah 10.

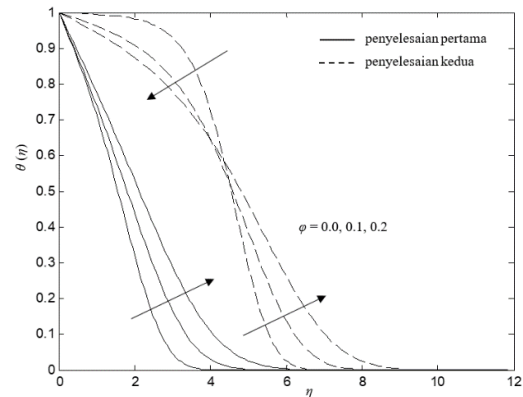
Didapati profil halaju dan profil suhu memenuhi syarat sempadan (10) dan menumpu secara asimptot. Malah, penyelesaian dual jelas wujud dalam aliran menentang dan ini disokong dalam rajah-rajah tersebut.

Profil halaju untuk parameter pecahan isi padu nanozarah dan kesan medan magnet untuk SWCNT-air masing-masing ditunjukkan dalam Rajah 2 dan Rajah 4. Didapati bahawa halaju nanobendalir berkurangan untuk penyelesaian pertama apabila nilai ϕ dan M meningkat. Selain itu, daripada rajah-rajah tersebut, apabila nilai ϕ dan M meningkat, ketebalan lapisan momentum turut didapati meningkat, dan ini seterusnya akan menyebabkan penurunan kecerunan halaju aliran bendalir. Oleh itu, ini akan mengakibatkan aliran bendalir menjadi semakin perlahan, sekaligus mengakibatkan tegasan ricih permukaan berkurangan.

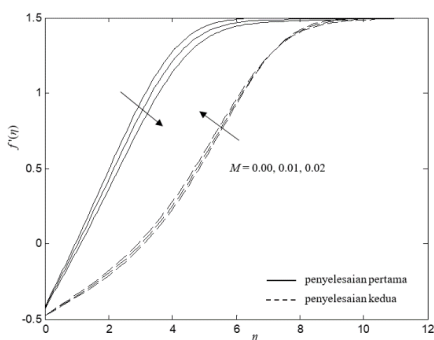
Juga, didapati profil suhu dalam Rajah 3 dan Rajah 5 meningkat apabila terdapat peningkatan dalam nilai-nilai ϕ dan M . Ini menunjukkan bahawa ketebalan lapisan sempadan terma semakin meningkat apabila nilai ϕ dan M meningkat. Apabila ketebalan lapisan sempadan terma meningkat, kecerunan suhu pada permukaan akan berkurang. Ini akan menyebabkan berlakunya penyusutan fluks haba pada permukaan.



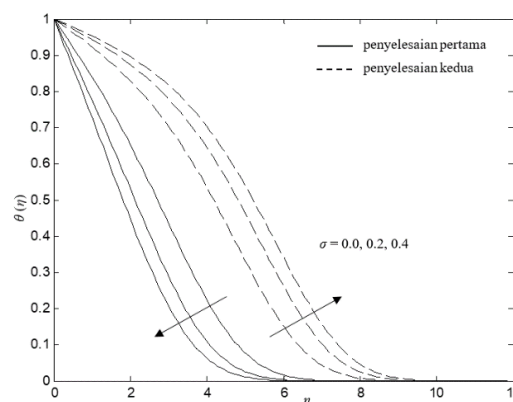
RAJAH 2. Profil halaju $f'(\eta)$ untuk beberapa nilai ϕ apabila $\lambda = -0.5, M = 0.01, Nr = 0.3$ dan $\sigma = 0.2$ bagi nanobendalir SWCNT-air



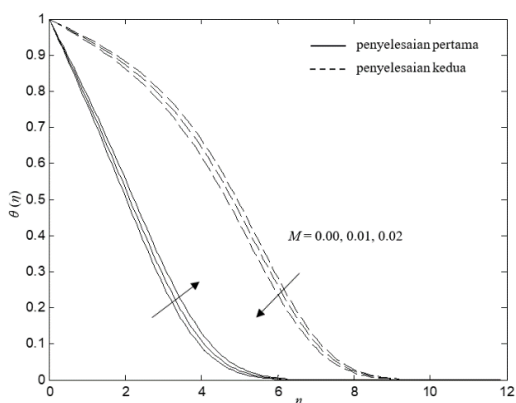
RAJAH 3. Profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai ϕ apabila $\lambda = -0.5, M = 0.01, Nr = 0.3$ dan $\sigma = 0.2$ bagi nanobendalir SWCNT-air



RAJAH 4. Profil halaju $f'(\eta)$ untuk beberapa nilai M apabila $\lambda = -0.5$, $\varphi = 0.2$, $Nr = 0.3$ dan $\sigma = 0.2$ bagi nanobendalir SWCNT-air

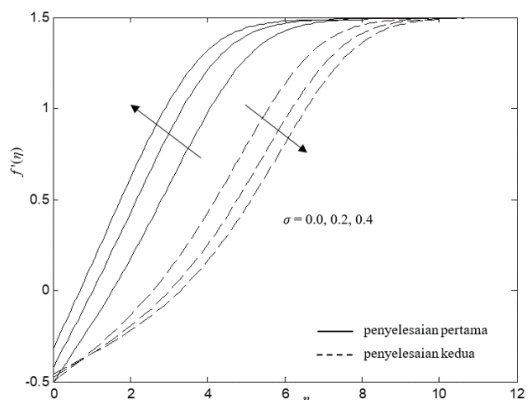


RAJAH 7. Profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai σ apabila $\lambda = -0.5$, $\varphi = 0.2$, $M = 0.01$ dan $Nr = 0.3$ bagi nanobendalir SWCNT-air

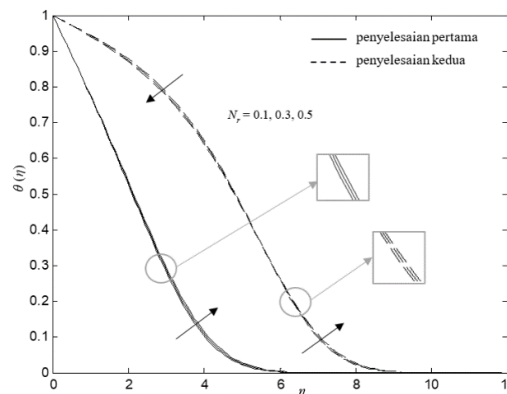


RAJAH 5. Profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai M apabila $\lambda = -0.5$, $\varphi = 0.2$, $Nr = 0.3$ dan $\sigma = 0.2$ bagi nanobendalir SWCNT-air

Profil halaju $f'(\eta)$ dan profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai σ ditunjukkan dalam Rajah 6 dan 7. Daripada Rajah 6 menunjukkan profil halaju meningkat dengan peningkatan nilai σ . Berdasarkan rajah tersebut, apabila nilai σ bertambah, ketebalan lapisan sempadan momentum berkurangan, yang mana ini akan menyebabkan tegasan ricih permukaan meningkat. Selain itu, berdasarkan Rajah 7, profil suhu berkurang dengan peningkatan nilai σ . Rajah ini turut menunjukkan ketebalan lapisan sempadan terma semakin menurun apabila nilai σ meningkat, dan kecerunan suhu pada permukaan turut meningkat. Oleh yang demikian, fluks haba akan meningkat pada permukaan.

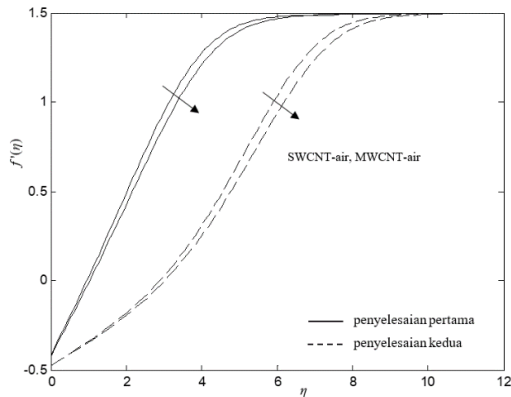


RAJAH 6. Profil halaju $f'(\eta)$ untuk beberapa nilai σ apabila $\lambda = -0.5$, $\varphi = 0.2$, $M = 0.01$ dan $Nr = 0.3$ bagi nanobendalir SWCNT-air

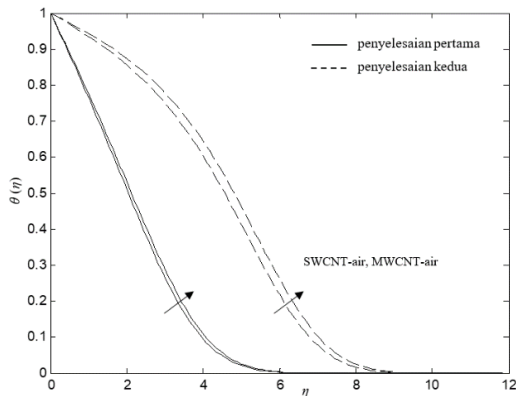


RAJAH 8. Profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai Nr apabila $\lambda = -0.5$, $\varphi = 0.2$, $M = 0.01$ dan $\sigma = 0.2$ bagi nanobendalir SWCNT-air

Profil halaju $f'(\eta)$ dan profil suhu $\theta(\eta)$ bagi nanobendalir SWCNT-air dan MWCNT-air dalam aliran menentang ($\lambda = -0.5$) ditunjukkan dalam Rajah 9 dan Rajah 10. Didapati, profil halaju bagi SWCNT-air lebih tinggi berbanding MWCNT-air seperti dalam Rajah 9. Selain itu, rajah turut menunjukkan ketebalan lapisan sempadan momentum bagi SWCNT-air lebih nipis daripada MWCNT-air. Oleh itu, kecerunan halaju aliran bendalir bagi SWCNT-air adalah lebih tinggi berbanding dengan MWCNT-air. Selanjutnya, profil suhu bagi SWCNT-air didapati lebih rendah berbanding dengan MWCNT-air seperti yang ditunjukkan dalam Rajah 10. Juga, dapat dilihat ketebalan lapisan sempadan terma bagi SWCNT-air lebih nipis daripada MWCNT-air, serta kecerunan suhu pada permukaan bagi SWCNT-air lebih tinggi berbanding MWCNT-air. Maka, ini menyebabkan fluks haba bagi SWCNT-air adalah lebih tinggi berbanding MWCNT-air. Dengan itu, keputusan ini konsisten dengan keputusan sebelum ini bahawa kadar pemindahan haba bagi SWCNT-air lebih tinggi daripada MWCNT-air.



RAJAH 9. Profil suhu $\theta(\eta)$ untuk beberapa nilai Nr apabila $\lambda = -0.5$, $\phi = 0.2$, $M = 0.01$ dan $\sigma = 0.2$ bagi nanobendalir SWCNT-air



RAJAH 10. Profil suhu $\theta(\eta)$ bagi nanobendalir SWCNT-air dan MWCNT-air apabila $\lambda = -0.5$, $\phi = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = 0.3$ dan $\sigma = 0.2$

KESIMPULAN

Dalam kajian ini, analisis terhadap kesan medan magnet, gelinciran dan radiasi terma dalam karbon nanotub (SWCNT dan MWCNT) merentasi permukaan plat bergerak dijalankan. Daripada hasil keputusan:

1. peningkatan dalam peningkatan dalam kesan pelinciran telah mengurangkan ketebalan lapisan sempadan momentum dan ini mempengaruhi peningkatan tegasan ricih pada permukaan. Manakala, peningkatan parameter pecahan isi padu karbon nanotub dan kesan medan magnet pula menyebabkan ketebalan lapisan sempadan momentum menebal dan ini mengakibatkan tegasan ricih pada permukaan menurun.
2. ketebalan lapisan sempadan terma menurun apabila terdapat peningkatan dalam parameter gelinciran.
3. ketebalan lapisan sempadan momentum bagi SWCNT-air lebih nipis berbanding MWCNT-air.
4. kadar pemindahan haba bagi SWCNT-air lebih tinggi daripada MWCNT-air.

RUJUKAN

Afridi, M. I., Tlili, I., Qasim, M. & Khan, I. 2018. Nonlinear Rosseland thermal radiation and energy dissipation effects on entropy generation in CNTs suspended nanofluids flow over a thin needle. *Boundary Value Problems* 2018(1): 1-14.

Afzal, N., Badaruddin, A. & Elgarvi, A. 1993. Momentum and heat transport on a continuous flat surface moving in a parallel stream. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 36(13): 3399-3403.

Alarif, I. M., Abokhalil, A. G., Osman, M., Lund, L. A., Ayed, M. B., Belmabrouk, H. & Tlili, I. 2019. MHD flow and heat transfer over vertical stretching sheet with heat sink or source effect. *Symmetry* 11(3): 297.

Asshaari, I., Jedi, A. & Pati, K. D. 2020. A weibull distribution: Flow and heat transfer of nanofluids containing carbon nanotubes with radiation and velocity slip effects. *Mathematical Problems in Engineering*.

Bachok, N., Ishak, A. & Pop, I. 2010. Boundary-layer flow of nanofluids over a moving surface in a flowing fluid. *International Journal of Thermal Sciences*, 49(9): 1663-1668.

Ghadikolaei, S. S., Hosseinzadeh, K. & Ganji, D. D. 2018. Numerical study on magnetohydrodynamic CNTs-water nanofluids as a micropolar dusty fluid influenced by non-linear thermal radiation and joule heating effect. *Powder Technology* 340: 389-399.

Haroun, N. A., Mondal, S. & Sibanda, P. 2017. Effects of thermal radiation on mixed convection in a MHD nanofluid flow over a stretching sheet using a spectral relaxation method. *International Journal of Mathematical, Computational Physical, Electrical and Computer Engineering* 11(2): 33-42.

Hayat, T., Khan, M. I., Farooq, M., Alsaedi, A. & Yasmeen, T. 2017. Impact of Marangoni convection in the flow of carbon-water nanofluid with thermal radiation. *Journal of Heat and Mass Transfer* 106: 810-815.

Hayat, T., Muhammad, K., Alsaedi, A. & Asghar, S. 2018a. Numerical study for melting heat transfer and homogeneous-heterogeneous reactions in flow involving carbon nanotubes. *Results in Physics* 8: 415-421.

Hayat, T., Muhammad, T., Shehzad, S. A. & Alsaedi, A. 2015. Temperature and concentration stratification effects in mixed convection flow of an Oldroyd-B fluid with thermal radiation and chemical reaction. *PloS One* 10(6): e0127646.

Hussanan, A., Khan, I., Gorji, M. R. & Khan, W. A. 2019. CNT S-water-based nanofluid over a stretching sheet. *BioNanoScience* 9(1): 21-29.

Ibrahim, W. & Shankar, B. 2013. MHD boundary layer flow and heat transfer of a nanofluid past a permeable stretching sheet with velocity, thermal and solutal slip boundary conditions. *Computers & Fluids* 75: 1-10.

Iijima, S. 1991. Helical microtubules of graphitic carbon. *Nature* 354: 56-58.

- Jahan, S., Sakidin, H., Nazar, R. & Pop, I. 2018. Stability Analysis of 3D flow over a deforming surface with suction effect: A Buongiorno's model. *Journal of Physics: Conference Series* 1123(1): 012047.
- Kardri, M. A., Bachok, N., Arifin, N. M. & Ali, F. M. 2018. Heat transfer and axisymmetric stagnation point flow due to a shrinking vertical plate in a nanofluid with slip effects. *Journal of Physics: Conference Series* 1132(1): 012026.
- Khan, W., Khan, Z. & Rahi, M. 2014. Fluid flow and heat transfer of carbon nanotubes along a flat plate with Navier slip boundary. *Applied Nanoscience* 4(5): 633-641.
- Liu, M.-S., Lin, M. C.-C., Huang, I.-T. & Wang, C.-C. 2005. Enhancement of thermal conductivity with carbon nanotube for nanofluids. *International Communications in Heat and Mass Transfer* 32(9): 1202-1210.
- Majeed, A., Zeeshan, A. & Ellahi, R. 2017. Chemical reaction and heat transfer on boundary layer Maxwell ferro-fluid flow under magnetic dipole with solet and suction effects. *Engineering Science and Technology, An International Journal* 20(3): 1122-1128.
- Maré, T., Halelfadl, S., Sow, O., Estellé, P., Duret, S. & Bazantay, F. 2011. Comparison of the thermal performances of two nanofluids at low temperature in a plate heat exchanger. *Experimental Thermal and Fluid Science* 35(8): 1535-1543.
- Mohyud-Din, S. T., Khan, U., Ahmed, N. & Rashidi, M. M. 2016. A study of heat and mass transfer on magnetohydrodynamic (MHD) flow of nanoparticles. *Propulsion Power Research* 7(1): 72-77.
- Motsumi, T. & Makinde, O. 2012. Effects of thermal radiation and viscous dissipation on boundary layer flow of nanofluids over a permeable moving flat plate. *Physica Scripta* 86(4): 045003.
- Naganthran, K. 2018. Pemodelan matematik bagi aliran lapisan sempadan dan pemindahan haba dalam beberapa bendalir tak newtonan. Tesis Dr. Fal, Jabatan Sains Matematik, Universiti Kebangsaan Malaysia.
- Naganthran, K. & Nazar, R. 2019. Effects of thermal radiation and slip on unsteady stagnation-point flow and heat transfer past a permeable shrinking sheet: A stability analysis. *AIP Conference Proceedings* 060032.
- Nayak, M., Akbar, N. S., Pandey, V., Khan, Z. H. & Tripathi, D. 2017. 3D free convective MHD flow of nanofluid over permeable linear stretching sheet with thermal radiation. *Powder Technology* 315: 205-215.
- Nur Syazana Anuar, Norfifah Bachok, Norihan Md Arifin & Haliza Rosali. 2020a. MHD flow past a nonlinear stretching/shrinking sheet in carbon nanotubes: Stability analysis. *Chinese Journal of Physics* 65: 436-446.
- Nur Syazana Anuar, Norfifah Bachok, Mustafa Turkyilmazoglu, Norihan Md Arifin & Haliza Rosali. 2020b. Analytical and stability analysis of MHD flow past a nonlinearly deforming vertical surface in carbon nanotubes. *Alexandria Engineering Journal* 59(1): 497-507.
- Nur Syazana Anuar, Norfifah Bachok & Pop, I. 2018. A stability analysis of solutions in boundary layer flow and heat transfer of carbon nanotubes over a moving plate with slip effect. *Energies* 11(12): 3243.
- Nur Syazana, A., Norfifah, B., Norihan Md, A. & Haliza, R. 2019. Second order slip effect on boundary layer flow of carbon nanotubes over a moving plate with stability analysis. *Embracing Mathematical Diversity* 168.
- Oztop, H. F. & Abu-Nada, E. 2008. Numerical study of natural convection in partially heated rectangular enclosures filled with nanofluids. *International Journal of Heat and Fluid Flow* 29(5): 1326-1336.
- Pal, D. & Mandal, G. 2014. Influence of thermal radiation on mixed convection heat and mass transfer stagnation-point flow in nanofluids over stretching/shrinking sheet in a porous medium with chemical reaction. *Nuclear Engineering and Design* 273: 644-652.
- Sheikholeslami, M. & Ganji, D. D. 2016. *External Magnetic Field Effects on Hydrothermal Treatment of Nanofluid: Numerical and Analytical Studies*. William Andrew Books (Elsevier): United Kingdom.
- Siti Nur Alwani, S., Norfifah, B., Arifin, N. & Ali, F. 2019a. A stability analysis of solutions on boundary layer flow past a moving thin needle in a nanofluid with slip effect. *Academy of Science Malaysia Science Journal* 12: 60-70.
- Soid, S. K., Ishak, A. & Pop, I. 2018. MHD stagnation-point flow over a stretching/shrinking sheet in a micropolar fluid with a slip boundary. *Sains Malaysiana* 47(11): 2907-2916.
- Tiwari, R. K. & Das, M. K. 2007. Heat transfer augmentation in a two-sided lid-driven differentially heated square cavity utilizing nanofluids. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 50(9-10): 2002-2018.
- Tulus, T., Ariffin, A. K., Abdullah, S. & Muhamad, N. 2008. Heat transfer analysis in magnet housing of linear generator using finite element method. *Jurnal Kejuruteraan (Journal of Engineering)* 20: 125-133.
- Xie, H., Lee, H., Youn, W. & Choi, M. 2003. Nanofluids containing multiwalled carbon nanotubes and their enhanced thermal conductivities. *Journal of Applied physics* 94(8): 4967-4971.
- Yazdi, M. E., Moradi, A. & Dinarvand, S. 2014. MHD mixed convection stagnation-point flow over a stretching vertical plate in porous medium filled with a nanofluid in the presence of thermal radiation. *Arabian Journal for Science and Engineering* 39(3): 2251-2261.