

Aliran Mantap MHD dalam Nanobendalir Hibrid merentasi Plat Bergerak dengan Analisis Regresi

(Steady MHD Flow in Hybrid Nanofluids Across through a Moving Plate with Regression Analysis)

Izamarlina Asshaari^{a,b*}, Alias Jedi^c & Firdaus Hamzah^{a,b}

^aJabatan Pendidikan Kejuruteraan, Fakulti Kejuruteraan dan Alam Bina, Universiti Kebangsaan Malaysia, Malaysia

^bPusat Penyelidikan Pendidikan Kejuruteraan, Fakulti Kejuruteraan dan Alam Bina, Universiti Kebangsaan Malaysia, Malaysia

^cJabatan Kejuruteraan Mekanikal dan Pembuatan, Fakulti Kejuruteraan dan Alam Bina, Universiti Kebangsaan Malaysia, Malaysia

*Corresponding author: izamarlina@ukm.edu.my

Received 15th June 2022, Received in revised form 29th July 2022

Accepted 1st September 2022, Available online 15th November 20228

ABSTRAK

Aliran mantap dan pemindahan haba dua matra merentasi plat bergerak dalam nanobendalir hibrid dengan kesan medan magnet, gelinciran dan radiasi terma dikaji. Persamaan keselantaran, momentum dan tenaga bagi permasalahan ini dijelmakan kepada persamaan keserupaan dengan menggunakan penjelmaan keserupaan. Seterusnya, persamaan keserupaan ini diselesaikan secara berangka menggunakan fungsi *bvp4c* dalam perisian MATLAB. Kesan beberapa parameter terhadap pekali geseran kulit dan nombor Nusselt setempat dibentangkan dan dibincangkan. Keputusan menunjukkan bahawa penyelesaian dual wujud bagi julat tertentu untuk parameter pecahan isi padu nanozarah. Didapati juga kadar pemindahan haba meningkat dengan peningkatan parameter kesan medan magnet. Analisis regresi juga dijalankan untuk menganggarkan nilai nombor Nusselt setempat.

Kata kunci: Pemindahan haba; nanobendalir hibrid; persamaan keserupaan; analisis regresi

ABSTRACT

The steady two-dimensional flow and heat transfer past a moving plate in a hybrid nanofluid with magnetic fields slip and thermal radiation effect were studied. The continuity, momentum and energy equations for this study are transformed into similarity equations via similarity transformations. Then, the similarity equations are solved numerically using *bvp4c* solver in Matlab software. The effects of several parameters on the skin friction coefficient and the local Nusselt number are presented and discussed. The results showed that dual solutions exist for a certain range for the nanoparticle volume fraction parameters. It also found that the heat transfer rate increased with the increasing magnetic field effect parameters. Regression analysis was also performed to estimate the value of the local Nusselt number

Keywords: Heat transfer; hybrid nanofluid; similarity equation; regression analysis

PENGENALAN

Pembaharuan terkini dalam bidang nanoteknologi telah memberi nafas baru terhadap penyelidikan aliran sempadan. Nanobendalir terkini telah diperkenalkan, yang mana mengampai dua atau lebih nanozarah dalam bendalir asas dan dikenali sebagai nanobendalir hibrid (Sarkar et al. 2015; Anuar et al. (2020a)). Malah, kajian ke atas nanobendalir hibrid telah dikaji oleh ramai penyelidik antaranya Mansour et al. (2018), Iqbal et al. (2018), Waini et al. (2019b), Siti Nur Alwani et al. (2020) dan lain-lain. Kajian turut menunjukkan bahawa nanobendalir hibrid memberikan kekonduksian haba yang lebih baik berbanding nanobendalir mono (Devi & Devi 2017; Hayat & Nadeem 2017; Moghadassi et al. 2015; Takabi & Shokouhmand 2015). Malah, menurut

Siti Nur Alwani et al. (2020) nanobendalir hibrid sangat berguna dalam bidang pemindahan haba seperti penyejukan generator, penyejukan transformer, penyejukan elektronik dan penyejukan sistem nuklear dengan keberkesanan yang lebih baik daripada penggunaan nanobendalir mono.

Penyelidikan dan kajian terkini mengenai kekonduksian terma dalam nanobendalir hibrid CNT dijalankan oleh Nadeem et al. (2019) dengan mempertimbangkan campuran nanozarah SWCNT ke dalam nanobendalir MWCNT-air. Mereka melaporkan nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air mempunyai kecekapan pemindahan haba yang lebih baik berbanding nanobendalir mono (SWCNT-air). Seterusnya, Hayat et al. (2020) telah mengkaji aliran tiga matra nanobendalir hibrid berputar SWCNT-MWCNT dalam bendalir asas yang dipanaskan secara olakan dan merentasi

permukaan regangan secara eksponen dan merumuskan bahawa penggunaan nanobendalir hibrid memberikan kadar pemindahan haba yang lebih baik daripada nanobendalir mono. Malah, Alhajaj et al. (2020) turut melaporkan prestasi pemindahan haba nanobendalir hibrid lebih bagus berbanding nanobendalir mono untuk kepekatan nanozarah yang sama. Malah, pekali geseran kulit nanobendalir hibrid turut dilaporkan lebih tinggi. Justeru, mereka menyimpulkan bahawa nanobendalir hibrid adalah sangat baik dalam meningkatkan kadar pemindahan haba.

Selanjutnya, Muhammad et al. (2021) membuat perbandingan antara nanobendalir SWCNT dan nanobendalir hibrid SWCNT+MWCNT yang mana minyak sebagai bendalir asas dan mendapati nanobendalir hibrid lebih efisien berbanding nanobendalir mono (SWCNT-minyak). Mubasyira, M. M., et al. (2021) turut menjalankan kajian ke atas kesan CNT dalam pepadaman nanobendalir dan melaporkan terdapat peningkatan dalam penyerapan tenaga.

Lapisan sempadan klasik merentasi plat rata atau lebih dikenali sebagai masalah Blasius telah menarik minat banyak penyelidik sejak diperkenalkan pada tahun 1907, antaranya Norfifah et al. (2010), Nor Ashikin et al. (2016), Nur Syazana et al. (2018) dan ramai lagi. Blasius (1907) telah mengkaji aliran lapisan sempadan di atas plat rata tanpa mempertimbangkan aspek pemindahan haba. Namun begitu, permasalahan Blasius tidak memberikan sebarang penyelesaian analitik. Seterusnya, Sakiadis (1960) telah memperkembangkan masalah Blasius pada aliran lapisan sempadan dalam nanobendalir merentasi permukaan plat rata bergerak. Beliau turut memperoleh persamaan yang sama seperti Blasius, tetapi syarat sempadan yang berbeza. Dengan penemuan-penemuan tersebut, banyak makalah berkenaan aliran dan pemindahan haba merentasi permukaan plat rata sama ada tetap atau bergerak telah diterbitkan.

Terkini, kajian ke atas aliran dan pemindahan haba merentasi plat rata bergerak diperluaskan dalam nanobendalir hibrid. Antaranya, Nur Adilah Liyana et al. (2020) mengkaji aliran nanobendalir hibrid merentasi plat bergerak dengan mempertimbangkan kesan sedutan dan medan magnet. Mereka melaporkan penyelesaian dual wujud dalam rantau aliran menentang iaitu apabila plat bergerak pada arah yang bertentangan dengan aliran bebas. Dalam kajian tersebut, perbandingan antara nanobendalir mono dan hibrid turut dilaporkan. Nanobendalir mono dilaporkan telah melambatkan pemisahan lapisan sempadan berbanding dengan nanobendalir hibrid yang mana dapat mempercepatkan pemisahan lapisan sempadan. Selanjutnya, kesan nanobendalir hibrid Cu-Al₂O₃ dalam bendalir asas air di sepanjang permukaan yang plat bergerak dengan pemindahan haba lebur dikaji oleh Khashi'ie et al. (2020). dan menyimpulkan terdapat penyelesaian dual apabila permukaan plat dan aliran bebas bergerak pada arah yang bertentangan, manakala penyelesaian cabang atas hanya wujud apabila plat bergerak pada arah yang sama dengan aliran bebas. Turut dilaporkan bahawa nanobendalir hibrid mempunyai nilai geseran kulit setempat

dan kadar pemindahan haba yang tinggi di bawah fenomena pemindahan haba lebur.

Seterusnya, kajian aliran magnetohidrodinamik (MHD) ke atas nanobendalir hibrid turut menjadi fokus utama kebelakangan ini. Junoh et al. (2019) menyelidik aliran lapisan sempadan MHD pada titik genangan ke atas lembaran meregang/mengecut dalam nanobendalir hibrid. Mereka mengampai nanozarah CuO ke dalam nanobendalir yang mengandungi sebanyak 0.1 pecahan isi padu nanozarah Al₂O₃ dalam bendalir asas air dan menyimpulkan bahawa peningkatan nilai kesan medan magnet memberi kesan kepada pengurangan nilai pekali geseran kulit setempat dan nombor Nusselt setempat. Selanjutnya, kesan medan magnet dan sedutan ke atas plat bergerak yang mengandungi nanobendalir hibrid dengan bendalir asas, Alumina oksida (Al₂O₃) dan kuprum (Cu) sebagai nanozarah disiasat oleh Nur Adilah Liyana et al. (2020). Mereka melaporkan apabila nilai parameter kesan medan magnet dan pecahan isi padu nanozarah Al₂O₃ meningkat, pekali geseran kulit setempat dan kadar pemindahan haba pada permukaan meningkat. Seterusnya, Ghalambaz et al. (2019) membincangkan aliran dan pemindahan haba nanobendalir hibrid MgO-MWCNTs dalam bendalir asas etilena glikol melalui dua permukaan tertutup. Beliau mendapati kehadiran medan magnet telah mengurangkan kadar pemindahan haba.

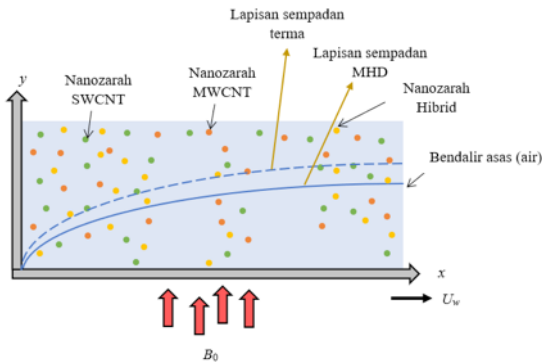
Didorong oleh kajian-kajian ini, makalah ini bertujuan untuk mengkaji masalah aliran mantap dua matra MHD dan pemindahan haba dalam nanobendalir hibrid merentasi permukaan plat bergerak dengan kesan gelinciran dan radiasi terma menggunakan model matematik Tiwari dan Das (2007). Model ini mengambil kira kesan peningkatan kepekatan isi padu nanozarah terhadap kadar pemindahan haba.

METODOLOGI KAJIAN

Pertimbangkan aliran bendalir dua matra, magnetohidrodinamik, mantap dan tak mampat merentasi plat bergerak. Diandaikan bahawa halaju permukaan plat dalam arah paksi- x ialah U_w dan terdapat halaju aliran bebas U_∞ yang mengalir di sepanjang permukaan plat. Seterusnya, plat dikekalkan pada suhu seragam T_w manakala suhu aliran bebas adalah T_∞ . Fluks radiasi haba q_r diandaikan bertindak daripada arah positif paksi- y . Manakala, fluks radiasi haba dalam arah paksi- x diabaikan.

Dalam kajian ini, nanobendalir hibrid diperoleh dengan mempertimbangkan penyelerakkan nanozarah MWCNT ke dalam SWCNT-air. Pertama sekali, sebanyak 0.2 isi padu nanozarah SWCNT ϕ_1 diserakkan ke dalam air untuk memperoleh SWCNT/air.

Kemudian, nanozarah MWCNT ϕ_2 daripada pecahan yang berbeza diserakkan ke dalam campuran nanobendalir hibrid untuk mencapai campuran homogen nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air. Model fizikal untuk permasalahan nanobendalir hibrid ditunjukkan dalam Rajah 1.



RAJAH 1. Model fizikal bagi nanobendalir SWCNT-MWCNT/air

FORMULASI MASALAH

Menggunakan andaian-andaian di atas, persamaan keselanjaran adalah seperti berikut:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\mu_{hnf}}{\rho_{hnf}} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\sigma_f B_0^2}{\rho_{hnf}} u, \quad (2)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{k_{hnf}}{(\rho C_p)_{hnf}} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} - \frac{1}{(\rho C_p)_{hnf}} \frac{\partial q_r}{\partial y} \quad (3)$$

tertakluk kepada syarat sempadan:

$$u = U_w + L_1 \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right), v = 0, T = T_w \text{ pada } y = 0, \quad (4)$$

$$u \rightarrow U_\infty, T \rightarrow T_\infty \text{ apabila } y \rightarrow \infty,$$

Pekali gelincir ditakrifkan sebagai $L_1 = L_0 (\text{Re}_w + \text{Re}_\infty)^{1/2}$ di mana L_0 merupakan jarak awal pekali gelinciran, $\text{Re}_w = U_w x / \nu_f$ adalah nombor Reynolds berdasarkan halaju plat, $\text{Re}_\infty = U_\infty x / \nu_f$ adalah nombor Reynolds berdasarkan halaju bebas arus.

Menggunakan pendekatan Rosseland untuk radiasi terma, persamaan tenaga (3) dipermudahkan seperti berikut:

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{k_{hnf}}{(\rho C_p)_{hnf}} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{16\sigma^*}{3k^* (\rho C_p)_{hnf}} \left(T_\infty^3 \frac{\partial T}{\partial y} \right). \quad (5)$$

Pekali Termofizikal

Terdapat pekali-pekali penting dalam pengukuran sifat termofizikal sesuatu nanobendalir. Menurut Abu-Nada (2008), pekali-pekali tersebut hanya terhad kepada nanozarah-nanozarah yang berbentuk sfera. Sifat termofizikal seperti ketumpatan nanobendalir hibrid ρ_{hnf} , kelikatan dinamik nanobendalir hibrid μ_{hnf} , pekali

resapan terma nanobendalir hibrid α_{hnf} , pekali muatan haba nanobendalir hibrid $(\rho C_p)_{hnf}$, dan pekali kekonduksian terma nanobendalir hibrid k_{hnf} dinyatakan dalam persamaan seperti berikut (Devi & Devi 2017; Hayat et al. 2020):

Pekali ketumpatan nanobendalir hibrid:

$$\rho_{hnf} = \left\{ (1 - \varphi_2) \left[(1 - \varphi_1) (\rho C_p)_f + \varphi_1 \rho_{SWCNT} \right] + \varphi_2 \rho_{MWCNT} \right\} \quad (6)$$

dengan φ_1 ialah pecahan isi padu nanozarah SWCNT dan φ_2 ialah pecahan isi padu nanozarah MWCNT.

Model kelikatan nanobendalir hibrid:

$$\mu_{hnf} = \frac{\mu_f}{(1 - \varphi_1)^{2.5} (1 - \varphi_2)^{2.5}}. \quad (7)$$

Seterusnya, dalam mengkaji potensi nanobendalir hibrid mengalirkan haba, pekali kekonduksian terma nanobendalir hibrid merupakan pekali yang penting untuk dipertimbangkan. Pekali tersebut diberikan seperti berikut:

$$\frac{k_{hnf}}{k_f} = \frac{1 - \varphi_2 + 2\varphi_2 \left(\frac{k_{MWCNT}}{k_{MWCNT} - k_f} \right) \ln \left(\frac{k_{MWCNT} + k_f}{2k_f} \right)}{1 - \varphi_2 + 2\varphi_2 \left(\frac{k_{SWCNT}}{k_{SWCNT} - k_f} \right) \ln \left(\frac{k_{SWCNT} + k_f}{2k_f} \right)} \quad (8)$$

yang mana

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{1 - \varphi_1 + 2\varphi_1 \left(\frac{k_{SWCNT}}{k_{SWCNT} - k_f} \right) \ln \left(\frac{k_{SWCNT} + k_f}{2k_f} \right)}{1 - \varphi_1 + 2\varphi_1 \left(\frac{k_f}{k_{SWCNT} - k_f} \right) \ln \left(\frac{k_{SWCNT} + k_f}{2k_f} \right)}. \quad (9)$$

Berikutnya, pekali muatan haba nanobendalir hibrid dinyatakan dalam persamaan berikut:

$$(\rho C_p)_{hnf} = \left\{ (1 - \varphi_2) \left[(1 - \varphi_1) (\rho C_p)_f + \varphi_1 (\rho C_p)_{SWCNT} \right] + \varphi_2 (\rho C_p)_{MWCNT} \right\} \quad (10)$$

dengan C_p ialah pekali haba tentu pada tekanan malar.

Seterusnya, Tiwari dan Das (2007) memperkenalkan pekali resapan terma nanobendalir dan disesuaikan dengan model nanobendalir hibrid:

$$\alpha_{hnf} = \frac{k_{hnf}}{(\rho C_p)_{hnf}}, \quad (11)$$

dengan sebutan k_{hnf} dan $(\rho C_p)_{hnf}$ masing-masing seperti dalam persamaan (9) dan (10). Di sini, subskrip hnf merujuk kepada nanobendalir hibrid, subskrip nf untuk nanobendalir, subskrip f untuk bendalir asas, subskrip $SWCNT$ untuk

nanozarah nanotub karbon berding tunggal, manakala subskrip *MWCNT* merujuk kepada nanozarah nanotub karbon multidinding.

PENJELMAAN KESERUPAAN

Dalam kajian ini, penjelmaan keserupaan oleh Norfifah (2010) digunakan untuk memperoleh persamaan keserupaan (persamaan pembezaan biasa). Beliau melaporkan bahawa pemboleh ubah tak bersandar η dipilih berpandukan kepada jenis plat yang sama. Ini adalah untuk memperoleh persamaan keserupaan (persamaan pembezaan biasa). Penjelmaan keserupaan tersebut dinyatakan seperti berikut:

$$\eta = \left(\frac{U}{v_f x} \right)^{\frac{1}{2}} y,$$

$$\psi = (v_f x U)^{\frac{1}{2}} f(\eta),$$

$$\theta(\eta) = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty}, \quad (12)$$

dengan fungsi arus, ψ yang mentakrifkan $u = \frac{\partial \psi}{\partial y}$ dan $v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$. Maka

$$u = U f'(\eta),$$

$$v = -\frac{1}{2x^{\frac{1}{2}}} (v_f U)^{\frac{1}{2}} f(\eta) + \frac{1}{2x} \eta (v_f x U)^{\frac{1}{2}} f'(\eta), \quad (13)$$

dengan tanda ' merupakan terbitan terhadap η , serta diandaikan gubahan halaju U ditakrifkan sebagai $U = U_w + U_\infty$ (Afzal et al. 1993). Dengan itu, persamaan (1) dipenuhi.

Dengan bantuan penjelmaan keserupaan ini, persamaan pembezaan biasa tidak linear diperoleh sebagai:

$$f''' + \frac{1}{2} \varepsilon_1 \varepsilon_2 f f'' - \varepsilon_1 M f' = 0, \quad (14)$$

$$\frac{1}{\text{Pr} C_1} \left[K + \frac{4}{3} Nr \right] \theta'' + \frac{1}{2} f \theta' = 0, \quad (15)$$

tertakluk kepada syarat sempadan

$$\begin{aligned} f(0) = 0, f'(0) = \lambda + \sigma f''(0), \theta(0) = 1, \\ f'(\eta) \rightarrow 1 - \lambda, \theta(\eta) \rightarrow 0 \text{ apabila } \eta \rightarrow \infty \end{aligned} \quad (16)$$

Selain itu, M ialah parameter kesan magnet, Nr ialah parameter radiasi terma, manakala ε_1 , ε_2 , C_1 dan K masing-masing adalah seperti berikut:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{(1 - \varphi_1)^{2.5} (1 - \varphi_2)^{2.5}}, \quad (17)$$

$$\varepsilon_2 = (1 - \varphi_2) \left[(1 - \varphi_1) + \varphi_1 \frac{\rho_{SWCNT}}{\rho_f} \right] + \varphi_2 \frac{\rho_{MWCNT}}{\rho_f}, \quad (18)$$

$$\begin{aligned} C_1 = \left\{ (1 - \varphi_2) \left[(1 - \varphi_1) + \varphi_1 \frac{(\rho C_p)_{SWCNT}}{(\rho C_p)_f} \right] \right\} \\ + \varphi_2 \frac{(\rho C_p)_{MWCNT}}{(\rho C_p)_f}, \end{aligned} \quad (19)$$

dan

$$K = \frac{k_{hnf}}{k_f}. \quad (20)$$

KUANTITI FIZIKAL

Kuantiti fizikal yang dikaji ialah pekali geseran kulit setempat, C_f dan nombor Nusselt setempat, Nu_x didefinisikan seperti berikut:

$$C_f = \frac{\tau_w}{\rho_f U^2}, \quad Nu_x = \frac{x q_w}{k_f (T_w - T_\infty)}. \quad (21)$$

Pekali tegasan ricih τ_w dan pekali fluks haba permukaan q_w ditakrifkan dalam persamaan berikut:

$$\begin{aligned} \tau_w = \mu_{hnf} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0}, \\ q_w = -k_{hnf} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} + (q_r)_{y=0}. \end{aligned} \quad (22)$$

Dengan menggunakan persamaan (1) dan (22), berserta penjelmaan keserupaan (12), pekali geseran kulit setempat dan nombor Nusselt setempat diberikan seperti berikut:

$$C_f (\text{Re}_x)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{(1 - \varphi_1)^{2.5} (1 - \varphi_2)^{2.5}} f''(0), \quad (23)$$

$$Nu_x (\text{Re}_x)^{-\frac{1}{2}} = - \left[K + \frac{4}{3} Nr \right] \theta'(0). \quad (24)$$

ANALISIS REGRESI

Analisis regresi linear berganda dan regresi kuadratik untuk menganggarkan nilai nombor Nusselt setempat sebagai pemboleh ubah tak bersandar dengan menggabungkan kesan pecahan isi padu nanotub karbon multidinding (MWCNT) φ_2 , kesan gelinciran σ , kesan medan magnet M dan kesan radiasi terma Nr . Berikut adalah model regresi linear berganda dan model regresi kuadratik:

$$Nu_{est} = Nu_r + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_4, \tag{25}$$

$$Nu_{est} = Nu_r + b_1x^2 + b_2x, \tag{26}$$

dengan a_1, a_2, a_3, a_4 dan b_1, b_2 masing-masing mewakili pekali regresi linear dan kuadratik berganda, Nu_{est} ialah nilai jangkaan nombor Nusselt setempat dan Nu_r pula pintasan nilai nombor Nusselt setempat. Dengan menjalankan regresi linear berganda dan kuadratik, data nombor Nusselt setempat untuk 30 set nilai ϕ_2, σ, M dan Nr dijalankan.

Nilai pekali korelasi R^2 juga dikira untuk nombor Nusselt setempat. Nilai $R^2 > 0.7$ mendefinisikan hubungan linear yang kuat antara pemboleh ubah bagi setiap parameter. Selain itu, ralat ketara pekali korelasi ini juga dianggarkan. Ini adalah penting untuk menilai ketepatan pekali korelasi. Seterusnya, ralat relatif mutlak maksimum ξ juga dimasukkan dalam kajian ini. ξ boleh dicari daripada ungkapan berikut:

$$\xi = \left| \frac{Nu_{est} - Nu_x(Re_x)^{-1/2}}{Nu_x(Re_x)^{-1/2}} \right|. \tag{27}$$

KEPUTUSAN DAN PERBINCANGAN

Persamaan pembezaan biasa (14) dan (15) bagi aliran nanobendalir hibrid (SWCNT-MWCNT/air) dan pemindahan haba merentasi plat bergerak dianalisis menggunakan atur cara bvp4c dalam MATLAB. Parameter menakluk iaitu

parameter nisbah halaju λ , parameter magnet M , parameter radiasi terma Nr , parameter gelinciran σ dan parameter pecahan isi padu zarah ϕ_1 dan ϕ_2 dipertimbangkan. Nilai parameter-parameter M, Nr dan σ diperoleh apabila penyelesaian dual menumpu dan memenuhi syarat sempadan.

Bagi model matematik nanobendalir hibrid dalam kajian ini, karbon nanotub multidinding (MWCNT) diserakkan ke dalam bendalir yang mengandungi karbon nanotub dinding tunggal (SWCNT) dengan air sebagai bendalir asas. Pertama sekali, sebanyak 0.2 pecahan isi padu nanozarah SWCNT (ϕ_1) diserakkan ke dalam air untuk memperoleh nanobendalir SWCNT/air. Kemudian, nanozarah MWCNT (ϕ_2) daripada pecahan yang berbeza diserakkan ke dalam campuran nanobendalir untuk mencapai campuran homogen nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air (Nur Adilah Liyana et al. 2020; Waini et al. 2019b).

Pekali haba tentu C_p , ketumpatan ρ , dan pekali kekonduksian terma k adalah pemalar bagi sifat termofizikal yang digunakan dalam bvp4c. Untuk itu, Jadual 1 yang menunjukkan pemalar bagi sifat termofizikal untuk air, SWCNT dan MWCNT digunakan dalam bahagian ini. Nilai nombor Prandtl bagi bendalir asas iaitu air ialah $Pr = 6.2$.

Bagi model matematik nanobendalir hibrid dalam bab ini, nilai parameter pecahan isi padu nanozarah ϕ_1 dan ϕ_2 yang sesuai harus digunakan. Julat parameter ϕ_2 dipertimbangkan daripada 0 hingga 0.2 (Nur Syazana et al. 2018). Sekiranya nilai $\phi_2 = 0$ digunakan, tiada penambahan nanozarah MWCNT dan hanya nanobendalir SWCNT-air dipertimbangkan dan tidak bersifat hibrid.

JADUAL 1. Perbandingan nilai pekali geseran kulit setempat $f''(0)$ untuk beberapa nilai parameter λ apabila $\phi_2 = M = Nr = \sigma = 0$

Parameter nisbah halaju, λ	Anuar et al. (2009)	Keputusan kajian
-0.3	0.4339 [0.0367]	0.43387 [0.03673]
-0.2	0.4124 [0.0114]	0.41237 [0.0114]
0	0.3321	0.33206
1	-0.4438	-0.44375

PENYELESAIAN PERTAMA DAN KEDUA

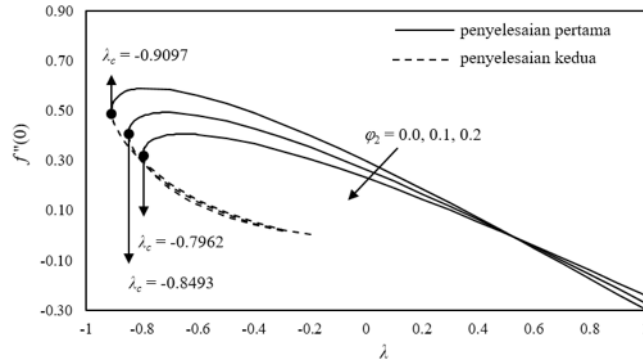
Perubahan pekali geseran kulit setempat $f''(0)$ dan Nusselt setempat $-\theta'(0)$ terhadap parameter nisbah halaju λ untuk beberapa nilai parameter pecahan isi padu MWCNT ditunjukkan dalam Rajah 2–8. Penyelesaian pertama didapati wujud dalam aliran membantu ($\lambda > 0$) manakala penyelesaian dual hanya wujud dalam aliran menentang ($\lambda < 0$). Seterusnya, dalam aliran menentang, penyelesaian dual didapati wujud dalam julat $\lambda > \lambda_c$ yang mana λ_c adalah nilai kritikal bagi parameter λ . Pada $\lambda = \lambda_c$ berlakunya percabangan penyelesaian dual, manakala apabila $\lambda < \lambda_c$ tiada penyelesaian diperoleh. Secara fizikal, pemisahan lapisan sempadan daripada permukaan terjadi pada $\lambda = \lambda_c$.

KESAN ISI PADU NANOZARAH MWCNT

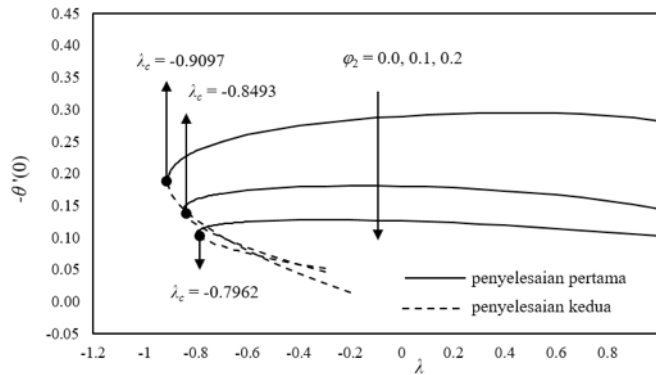
Berdasarkan Rajah 2 dan 3, nilai kritikal didapati semakin kecil apabila pecahan isi padu MWCNT ditambah ke dalam nanobendalir. Diperhatikan juga, pemisahan lapisan sempadan juga menjadi semakin pendek apabila pecahan isi padu MWCNT ditambahkan ke dalam nanobendalir. Ia dapat dilihat daripada Rajah 2 dan 3, apabila tiada MWCNT dalam nanobendalir, nilai kritikal adalah $|-0.9097|$, namun apabila pecahan isi padu MWCNT ditambah sebanyak 0.1 ke dalam nanobendalir, nilai kritikal menjadi $|-0.8493|$. Apabila 0.2 pecahan isi padu MWCNT ditambah ke dalam nanobendalir, nilai kritikalnya menjadi semakin kecil iaitu $|-0.7962|$. Daripada rajah-rajah tersebut, dapat disimpulkan bahawa

peningkatan pecahan isi padu MWCNT ϕ_2 menyebabkan pengurangan daya geseran kulit dan kadar pemindahan haba pada permukaan. Oleh itu, keputusan ini menunjukkan

kadar pemindahan haba bagi nanobendalir SWCNT-air adalah lebih baik berbanding dengan nanobendalir SWCNT-MWCNT/air.



RAJAH 2. Perubahan $f''(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai ϕ_2 apabila $\phi_1 = 0.2, M = 0.01, Nr = \sigma = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air



RAJAH 3. Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai ϕ_2 apabila $\phi_1 = 0.2, M = 0.01, Nr = \sigma = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air

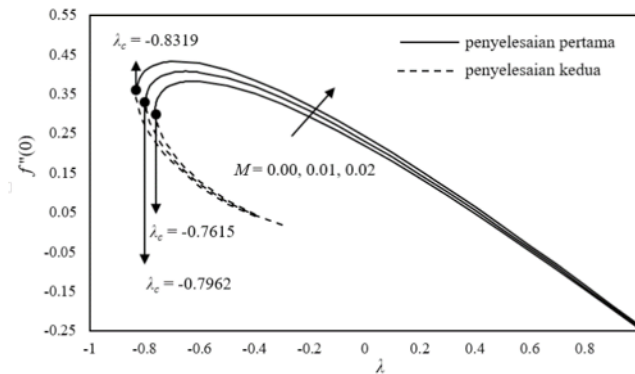
KESAN MEDAN MAGNET

Rajah 4 dan 5 menunjukkan kesan magnet terhadap pekali geseran kulit setempat dan nombor Nusselt setempat terhadap parameter λ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air untuk beberapa nilai parameter M .

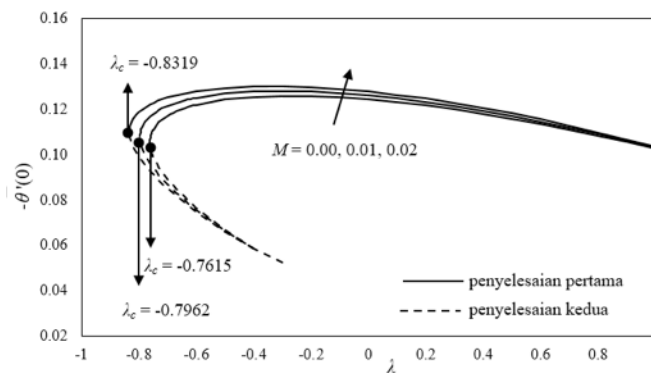
Dapat diperhatikan, apabila nilai parameter M (kesan medan magnet) meningkat, nilai $f''(0)$ dan $-\theta'(0)$ juga meningkat. Ini adalah kerana wujudnya peningkatan daya Lorentz, iaitu gabungan daya elektrik dan magnet yang disebabkan oleh medan elektromagnet, apabila kesan

medan magnet meningkat dalam nanobendalir. Dengan itu, ini akan meningkatkan daya geseran pada permukaan dan kadar pemindahan haba.

Seperti yang ditunjukkan dalam rajah-rajah itu, kesan magnet melambatkan pemisahan lapisan sempadan berbanding dengan apabila tiada kesan magnet dalam nanobendalir hibrid. Juga, dapat dilihat pada rajah bahawa julat penyelesaian dual meningkat apabila kesan magnet meningkat. Berdasarkan keputusan yang diperoleh, nilai λ_c untuk $M = 0.00, 0.01$ dan 0.02 masing-masing adalah $-0.7615, -0.7962$ dan -0.8319 .



RAJAH 4. Perubahan $f''(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai M apabila $\phi_1 = \phi_2 = 0.2$, $Nr = \sigma = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air



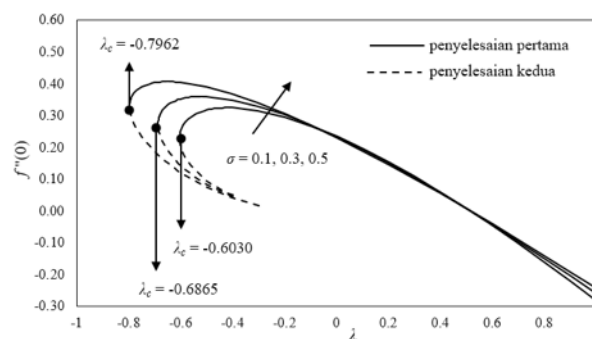
RAJAH 5. Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai M apabila $\phi_1 = \phi_2 = 0.2, 0.01$, $Nr = \sigma = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air

KESAN GELINCIRAN

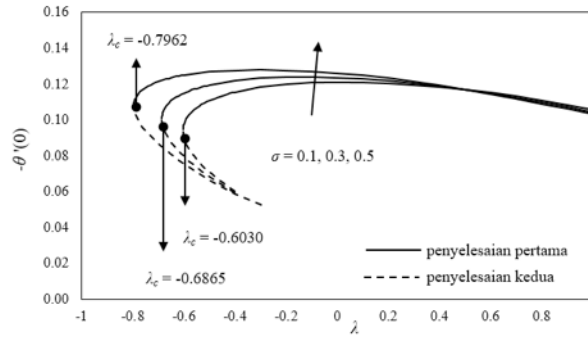
Kesan gelinciran σ pada pekali geseran kulit setempat dan nombor Nusselt setempat ditunjukkan dalam Rajah 6 dan 7. Dapat diperhatikan pada rajah, dengan peningkatan nilai σ , nilai $f''(0)$ dan $-\theta'(0)$ akan meningkat. Daripada aspek fizikal, gelinciran dalam lapisan sempadan akan meningkatkan kesan geseran antara bendalir dengan permukaan, dan seterusnya menyebabkan meningkatkan tegasan ricih di permukaan. Selain itu, peningkatan kesan gelinciran juga meningkatkan kadar pemindahan haba,

sekaligus mengurangkan ketebalan lapisan sempadan. Oleh itu, kesan gelinciran akan membuatkan aliran nanobendalir hibrid menjadi semakin cepat, menyebabkan berlakunya peningkatan pekali geseran kulit setempat dan kadar pemindahan haba.

Seperti yang dilihat dalam Rajah 6 dan 7, julat nilai kritikal λ_c didapati meningkat dengan peningkatan nilai σ . Ini menunjukkan bahawa kesan gelinciran terhadap aliran lapisan sempadan boleh melambatkan pemisahan lapisan sempadan



RAJAH 6. Perubahan $f''(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai σ apabila $\phi_1 = \phi_2 = 0.2$, $M = 0.01$, $Nr = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air

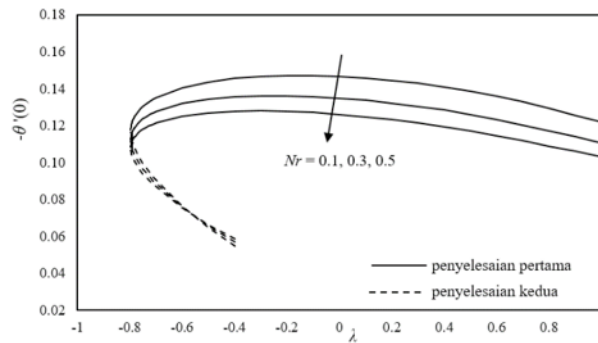


RAJAH 7. Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai σ apabila $\phi_1 = \phi_2 = 0.2, M = 0.01, Nr = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air

KESAN RADIASI TERMA

Seterusnya, perubahan nombor Nusselt setempat $-\theta'(0)$ terhadap parameter nisbah halaju untuk beberapa nilai Nr bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air diberikan dalam Rajah 8. Dapat diperhatikan dalam rajah, peningkatan

nilai Nr telah mengurangkan nilai $-\theta'(0)$. Ini bermakna, kesan radiasi terma dalam lapisan sempadan telah meningkatkan ketebalan lapisan sempadan terma. Keadaan ini disebabkan oleh kelikatan bendalir pada permukaan berkurang dan merendahkan kadar pemindahan haba. Oleh itu, peningkatan nilai Nr menyebabkan fluks haba permukaan menurun.



RAJAH 8. Perubahan $-\theta'(0)$ terhadap λ untuk beberapa nilai Nr apabila $\phi_1 = \phi_2 = 0.2, M = 0.01, \sigma = 0.5$ bagi nanobendalir hibrid SWCNT-MWCNT/air

ANALISIS REGRESI

Model regresi linear berganda dan kuadratik, data nombor Nusselt setempat untuk 30 set nilai ϕ_2, σ, M dan Nr dijalankan. model regresi linear berganda diberikan dalam Jadual 2 apabila $Pr = 6.2$. Model regresi ini dibuat

dalam aliran membantu ($\lambda > 0$). Didapati, nilai korelasi untuk hubungan antara pemboleh ubah bersandar dan pemboleh ubah tak bersandar positif dan sangat baik. Dapat diperhatikan daripada jadual, ralat relatif untuk pemboleh ubah tak bersandar sangat kecil kecuali apabila parameter nisbah halaju pada 0.9 dan 1.

JADUAL 2. Pekali regresi linear berganda dengan ralat relatif mutlak maksimum.

λ	Nu_r	a_1	a_2	a_3	a_4	ζ
0.1	-0.3089	5.7689	4.8075	-0.5597	-0.6690	0.0081
0.2	0.8742	5.0363	2.7604	-0.1338	-0.9484	0.0164
0.3	-0.5205	5.4462	5.2214	-0.6631	-0.6455	0.0037
0.4	0.6441	-5.2724	5.4430	-0.7146	-0.6247	0.0667
0.5	-0.7789	5.0942	5.6717	-0.7660	-0.5974	0.0081
0.6	-0.9250	4.9162	5.9060	-0.8173	-0.5628	0.0755
0.7	-1.0831	4.7447	6.1449	-0.8688	-0.5205	0.0162
0.8	-1.2547	4.5897	6.3881	-0.9211	-0.4701	0.0395
0.9	-1.4424	4.4675	6.6361	-0.9755	-0.4111	0.2334
1	-1.6511	4.4064	6.8914	-1.0351	-0.3434	0.1730

Selanjutnya, untuk mengkaji kesan parameter nisbah halaju pada kadar pemindahan haba, analisis regresi kuadratik dijalankan. Keputusan analisis ini ditunjukkan dalam Jadual 3. Daripada jadual tersebut, nilai jangkaan nombor Nusselt setempat untuk pelbagai nilai pecahan isi padu MWCNT (ϕ_2) dapat diperhatikan. daripada pemerhatian, kadar pemindahan haba berbeza dan ia meningkat dengan

signifikan apabila pecahan isi padu MWCNT meningkat. Daripada jadual, didapati nilai korelasi antara pemboleh ubah bersandar dan pemboleh ubah tak bersandar adalah positif dan baik. Seterusnya, ralat relatif mutlak maksimum untuk model regresi kuadratik dalam aliran membantu ditunjukkan pada Jadual 4. Daripada pemerhatian, nilai ralat relatif mutlak maksimum sangat kecil.

JADUAL 3. Pekali regresi kuadratik

λ	ϕ_2	Nu_r	b_1	b_2	R	$P.E (R)$	$R/P.E (R)$
0.1	0.0	1.7205	0.1951	-0.2257	0.9924	0.0032	306.0895
0.6	0.1	2.3640	-0.0319	-0.4206	0.9999	0.00004	23439.2989
0.9	0.2	2.7924	-0.3123	-0.2056	0.9999	0.00002	46880.9421

JADUAL 4. Ralat relatif mutlak maksimum untuk model regresi kuadratik

λ	ϕ_2	ξ
0.1	0.0	0.00291
0.6	0.1	0.00095
0.7	0.1	0.00262
0.9	0.2	0.00141
1	0.2	0.00295

KESIMPULAN

Dalam kajian ini, dapat disimpulkan bahawa dalam nanobendalir hibrid, melalui model matematik nanobendalir Tiwari dan Das,

1. Peningkatan parameter pecahan isi padu nanozarah MWCNT didapati mengurangkan nilai pekali geseran kulit dan kadar pemindahan haba.
2. Peningkatan nilai kesan medan magnet berupaya meningkatkan nilai pekali geseran kulit dan kadar pemindahan haba pada permukaan dan seterusnya ketebalan lapisan sempadan momentum dan terma akan menurun.
3. Peningkatan nilai kesan radiasi terma didapati mengurangkan nilai kadar pemindahan haba dan seterusnya ketebalan lapisan sempadan terma akan meningkat.

RUJUKAN

- Afzal, N., Badaruddin, A. & Elgarvi, A. 1993. Momentum and heat transport on a continuous flat surface moving in a parallel stream. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 36(13): 3399-3403.
- Alhajaj, Z., Bayomy, A., Saghir, M. Z. & Rahman, M. 2020. Flow of nanofluid and hybrid fluid in porous channels: experimental and numerical approach. *International Journal of Thermofluids* 1: 100016.
- Anuar, J., Naganthran, K., Roslinda, N. & Pop, I. 2020a. MHD mixed convection stagnation-point flow of Cu-Al₂O₃/water hybrid nanofluid over a permeable stretching/shrinking surface with heat source/sink. *European Journal of Mechanics-B/Fluids* 84: 71-80.
- Blasius, H. 1907. *Grenzschichten in Flüssigkeiten mit kleiner Reibung*. Druck von BG Teubner.
- Devi, S. U. & Devi, S. A. 2017. Heat transfer enhancement of Cu-Al₂O₃/water hybrid nanofluid flow over a stretching sheet. *Journal of the Nigerian Mathematical Society* 36(2): 419-433.
- Ghalambaz, M., Sabour, M., Pop, I. & Wen, D. 2019. Free convection heat transfer of MgO-MWCNTs/EG hybrid nanofluid in a porous complex shaped cavity with MHD and thermal radiation effects. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*.
- Hayat, T. & Nadeem, S. 2017. Heat transfer enhancement with Ag-CuO/water hybrid nanofluid. *Results in physics* 7: 2317-2324.
- Hayat, T., Nadeem, S. & Khan, A. 2020. Aspects of 3D rotating hybrid CNT flow for a convective exponentially stretched surface. *Applied Nanoscience* 10(8): 2897-2906.
- Iqbal, Z., Akbar, N., Azhar, E. & Maraj, E. 2018. Performance of hybrid nanofluid (Cu-CuO/water) on MHD rotating transport in oscillating vertical channel inspired by Hall current and thermal radiation. *Alexandria Engineering Journal* 57(3): 1943-1954.
- Junoh, M. M., Ali, F. M., Arifin, N. M., Bachok, N. & Pop, I. 2019. MHD stagnation-point flow and heat transfer past a stretching/shrinking sheet in a hybrid nanofluid with induced magnetic field. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*
- Khashi'ie, N. S., Arifin, N. M., Pop, I. & Nazar, R. 2020. Melting heat transfer in hybrid nanofluid flow along a moving surface. *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry* 1-12.

- Mansour, M., Siddiqa, S., Gorla, R. S. R. & Rashad, A. 2018. Effects of heat source and sink on entropy generation and MHD natural convection of Al_2O_3 -Cu/water hybrid nanofluid filled with square porous cavity. *Thermal Science and Engineering Progress* 6: 57-71.
- Moghadassi, A., Ghomi, E. & Parvizi, F. 2015. A numerical study of water based Al_2O_3 and Al_2O_3 -Cu hybrid nanofluid effect on forced convective heat transfer. *International Journal of Thermal Sciences* 92: 50-57.
- Mubasyira, M. M., Abdullaha, M. F., Ahmada, K. K., Othmana, R. N. I. R., & Isahaka, A. H. 2021 Energy Absorption AZ31B using Quenching in Nano Fluid. *Jurnal Kejuruteraan SI* 4(2) 2021: 29-37
- Muhammad, K., Hayat, T., Alsaedi, A. & Ahmed, B. 2021. A comparative study for convective flow of basefluid (gasoline oil), nanomaterial (SWCNTs) and hybrid nanomaterial (SWCNTs+ MWCNTs). *Applied Nanoscience* 11(1): 9-20.
- Nadeem, S., Hayat, T. & Khan, A. U. 2019. Numerical study of 3D rotating hybrid SWCNT-MWCNT flow over a convectively heated stretching surface with heat generation/absorption. *Physica Scripta* 94(7): 075202.
- Nor Ashikin, A. B., Norfifah, B. & Norihan, M. A. 2016. Boundary layer flow and heat transfer on a moving plate in a copper-water nanofluid using Buongiorno model. *AIP Conference Proceedings*, hlm. 020021.
- Norfifah, B., Anuar, I. & Pop, I. 2010. Boundary-layer flow of nanofluids over a moving surface in a flowing fluid. *International Journal of Thermal Sciences* 49(9): 1663-1668.
- Nur Adilah Liyana, A., Norfifah, B. & Pop, I. 2020. Cu- Al_2O_3 /water hybrid nanofluid flow over a permeable moving surface in presence of hydromagnetic and suction effects. *Alexandria Engineering Journal* 59(2): 657-666.
- Nur Syazana, A., Norfifah, B. & Pop, I. 2018. A stability analysis of solutions in boundary layer flow and heat transfer of carbon nanotubes over a moving plate with slip effect. *Energies* 11(12): 3243.
- Sakiadis, B. 1960. Boundary layer behaviour on continuous solid surfaces. *Boundary Layer Equations for Two-Dimensional and Axisymmetric Flow* 7(1): 26-28.
- Sarkar, J., Ghosh, P. & Adil, A. 2015. A review on hybrid nanofluids: recent research, development and applications. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 43: 164-177.
- Siti Nur Alwani, S., Norfifah, B., Fadzilah, M. A. & Norihan, M. A. 2020. Numerical study on flow of a hybrid nanofluid due to a vertical thin needle with slip effect. *AIP Conference Proceedings*, hlm. 020001.
- Takabi, B. & Shokouhmand, H. 2015. Effects of Al_2O_3 -Cu/water hybrid nanofluid on heat transfer and flow characteristics in turbulent regime. *International Journal of Modern Physics C* 26(4): 1550047.
- Tiwari, R. K. & Das, M. K. 2007. Heat transfer augmentation in a two-sided lid-driven differentially heated square cavity utilizing nanofluids. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 50(9-10): 2002-2018.
- Waini, I., Ishak, A. & Pop, I. 2019b. Unsteady flow and heat transfer past a stretching/shrinking sheet in a hybrid nanofluid. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 136: 288-297.