

## MEREKA BENTUK PAKEJ KALKULUS VEKTOR SIMBOLIK DALAM PERSEKITARAN SISTEM ALGEBRA KOMPUTER (SAK)

YUZITA YAACOB  
STANLEY STEINBERGH  
MICHAEL WESTER

### ABSTRAK

*Kajian ini membincangkan pakej Sistem Algebra Komputer (SAK), Interactive Learning Mathematica Enhanced Vector Calculus (ILMEV) yang direka khusus untuk membantu pengguna dalam kalkulus vektor. Reka bentuk sistem ILMEV terbahagi kepada empat bahagian: (i) kandungan, (ii) antara muka, (iii) ciri-ciri, dan (iv) persekitaran matematik. Antara muka yang mudah diguna dibangunkan dalam ILMEV dengan tujuan (i) membenarkan pelajar mengakses sepenuhnya keupayaan SAK tanpa perlu bersusah payah mempelajari sintak SAK untuk memasukkan formula, mengedit dan operasi matematik, (ii) melaksana konsep pedagogi SAK dengan cekap dan berkesan dan (iii) menyediakan persekitaran matematik yang sesuai untuk membangun algoritma pengamiran simbolik. Kata Kunci: Sistem algebra komputer (SAK), Kalkulus vektor, Pakej multimedia simbolik.*

### ABSTRACT

*This paper presents a Computer Algebra System (CAS) package, Interactive Learning-Mathematica Enhanced Vector Calculus (ILMEV), specifically designed to assist users in performing the tasks that involves vector calculus. The design of ILMEV system is divided into four parts: (i) content, (ii) interfaces, (iii) features, and (iv) mathematical environment. An easy to use interface was developed in ILMEV with the purpose of (i) allowing students access to the power of a CAS without having to struggle with the CAS's syntax for formula entry, editing and mathematical operations, (ii) implementing CAS pedagogical concepts efficiently and (iii) providing a suitable mathematical environment to develop symbolic integration algorithms. Keywords: Computer Algebra System (CAS), vector calculus, symbolic multimedia package.*

### PENGENALAN

Sistem Algebra Komputer (SAK) iaitu perisian komputer yang dibangun dalam bidang algebra komputer, merupakan enjin matematik bagi membantu mempercepat pengiraan asas bagi algebra, trigonometri dan kalkulus: penilaian, pemfaktoran, penggabungan, pengembangan dan pemudah terma dan ungkapan yang mengandungi simbol, integer, pecahan dan nombor nyata dan kompleks. SAK juga dapat melaksana pengamiran, pembezaan, operasi matrik dan vektor, sisihan piawai serta pengiraan kompleks yang terlibat dalam kalkulus, algebra linear, persamaan pembezaan, dan statistik. Ia juga membenarkan penciptaan plot 2D dan 3D bagi polinomial, fungsi trigonometri, dan eksponen. Terdapat lima SAK yang terkenal iaitu Maple, Mathcad, Mathematica, MuPAD dan REDUCE.

Algebra komputer adalah berdasarkan objek yang ditakrif bukan sebagai kuantiti berangka, tetapi sebagai entiti yang mempunyai ciri-ciri matematik tertentu (Fiume, 1995). Sebagai contoh, antara ciri-ciri  $\pi$  adalah mempunyai penyampaian berangka tidak berakhir dan tidak berulang. Penyampaian objek matematik dalam bentuk pengiraan simbolik (iaitu  $\pi$ )

berbanding berangka wujud sejak awal zaman sains komputer lagi. Malah banyak kaedah berangka adalah berasaskan simbolik. Sepanjang tahun 1970-an dan 1980-an pembangunan persekitaran memberi penekanan kepada pengiraan objek matematik dalam bentuk tersirat atau simbolik.

Persekitaran yang menyokong pengiraan simbolik memudah sesuatu manipulasi dan gabungan. Output kepada pengiraan simbolik biasanya melibatkan kuantiti simbolik yang lain seperti kuantiti simbolik bersiri atau objek matematik lain yang belum dinilai, dalam erti kata penyampaian berangka yang belum dikira dengan jelas. Keupayaan menanggung penilaian berangka dan menumpu kepada manipulasi simbolik yang membeza persekitaran pengiraan ini dengan pendekatan berangka secara tradisional. Pada satu tahap, ungkapan boleh dinilai dan menghasil kuantiti berangka, tetapi tidak sentiasa diperlukan atau dikehendaki (Fiume, 1995).

Penyelidikan dan pembangunan SAK pada hari ini didorong oleh empat matlamat: (i) kepelbagaian fungsi (iaitu keupayaan menyelesaikan pelbagai jenis masalah yang berbeza), (ii) mesra pengguna (iaitu antara muka pengguna dan paparan grafik), (iii) kelajuan (iaitu kekompleksan atau kerumitan masalah yang boleh diselesaikan dengan pengiraan rutin, katakan dalam masa satu hari), dan (iv) keteguhan (iaitu memberi jawapan yang betul tanpa merosakkan atur cara). SAK juga mempunyai pelbagai aplikasi dalam bidang yang memerlukan pengiraan yang menjemukan, panjang dan sukar diselesaikan dengan betul apabila dilakukan secara manual. Sebagai contoh, SAK digunakan dalam fizik tenaga tinggi untuk elektrodinamik kuantum, kromodinamik kuantum, bioteknologi, orbit satelit dan pengiraan trajektor roket dan mekanik cakerawala secara am (von zur Gathen dan Gerhard, 1999). Selain daripada itu, keupayaan memvisualisasi dan menyelesaikan contoh bukan remeh menjadikan SAK menarik digunakan dalam pendidikan. Banyak topik dalam matematik (kalkulus dan kalkulus vektor), fizik (gerakan linear) dan bioteknologi (immunologi) boleh diilustrasikan dengan menarik menggunakan teknologi ini (Hassan, 2004; Mohd. Zawawi, 2004; Yaacob, et al., 2004; Yaacob, et al., 2005; Yaacob, 2008; Yaacob, et al., 2010; Zawawi, 2012).

SAK mempunyai sifat tersendiri, bermula daripada sintak yang tidak konsisten kepada kesilapan sebenar. Untuk menggunakan SAK dengan berkesan, ciri-ciri positif dan kekurangan sedia ada penting disadari. Satu sistem dikenali sebagai *Interactive Learning-Mathematica Enhanced Vector Calculus* (ILMEV), dibangun bagi membantu pengguna mengira kamiran yang terdapat dalam kalkulus vektor. Dalam usaha meningkatkan kefahaman mengenai kalkulus vektor, pengguna perlu belajar menggunakan formula yang bersesuaian dan memahami rantau geometri dengan baik. Reka bentuk sistem berdasarkan kepada teori pembelajaran komputer seperti teori behaviorisme, teori kognitif dan teori humanisme perlu dilakukan untuk menjadikan pakej tersebut berkesan (Awang Lah, 2011; Hassan, 2004; Mohd. Zawawi, 2004; Yaacob, et al., 2004; Yaacob, et al., 2005; Yaacob, 2008; Yaacob, et al., 2010; Zawawi, 2012).

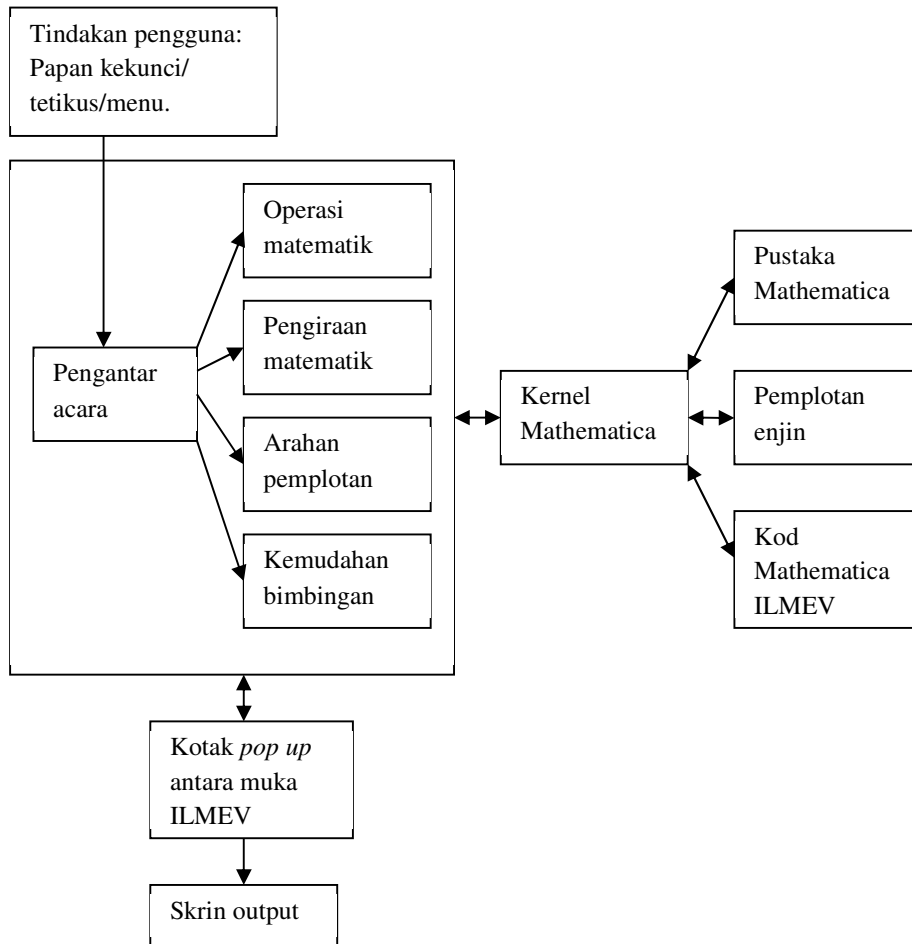
ILMEV digunakan untuk mempelajari pengamiran multidimensi bagi kursus pengenalan kepada kalkulus vektor di Universiti Kebangsaan Malaysia (Yaacob, 2007; Yaacob, et al., 2008). Ramai pelajar yang berlatar belakang matematik yang kukuh dan minat mendalam dalam bidang sains fizikal mendapati pembelajaran ini adalah sukar (Davis, et al., 1995). Kesukaran utama ialah memahami rantau geometri dalam dua dan tiga dimensi, yang memerlukan bantuan visualisasi berkomputer (Tiwari, 2007). Kajian susastera menunjukkan kebanyakan SAK mempunyai alat bantuan dan pakej bagi membantu dalam pengiraan kamiran multidimensi, tetapi lazimnya sukar digunakan (Yaacob, 2007). Semua SAK tersebut tidak mampu menyelesaikan kebanyakan masalah kamiran yang terdapat dalam buku teks melainkan dengan campur tangan pengguna (Yaacob,

2007). Penyelesaiannya memerlukan pembangunan satu algoritma bagi pengiraan kamiran dan pembinaan antara muka dalam pengiraan yang kompleks ini.

## KESELURUHAN STRUKTUR TEKNIKAL SISTEM ILMEV

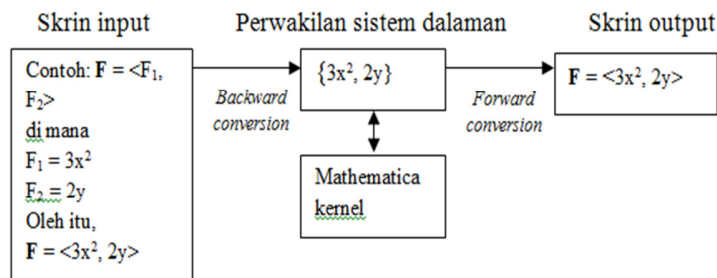
Sistem reaktif adalah suatu sistem yang luas, didorong oleh acara dengan sistem tersebut bertindak balas secara berterusan kepada acara atau rangsangan luar. Tingkah laku sistem reaktif terdiri daripada senarai set yang dibenar bagi input dan output acara, syarat dan tindakan. Kesukarannya ialah dalam menggambarkan tingkah laku tersebut dengan jelas, realistik dan formal. Salah satu kaedah yang popular untuk menyata reka bentuk reaktif melibatkan StateCharts (Harel, et al., 1990) yang mana beberapa mesin diguna bagi menggambarkan tingkah laku dinamik objek tersebut. StateCharts diguna dalam model sistem ILMEV.

Struktur teknikal sistem ILMEV ditunjuk dalam Rajah 1. Ia mempamer pandangan abstrak peringkat atasan sistem. Anak panah menunjukkan aliran acara dalam sistem. Anak panah bermula dari sempadan kotak, bukannya dari komponen di dalam kotak, menunjukkan aliran boleh berlaku dari mana-mana subkomponen kotak. Anak panah bermula dua seperti antara kotak *pop up* antara muka ILMEV dan kotak pengantar acara menunjukkan aliran bergerak dalam dua hala. Tindakan pengguna seperti papan kekunci, tetikus dan pilihan menu disalurkan kepada pengantar acara yang menentu sasaran yang sesuai (iaitu operasi matematik, penghitungan matematik, arahan memplot atau kemudahan bimbingan) dan mengarahnya. Terdapat komunikasi antara kotak *pop up* antara muka ILMEV dan kernel Mathematica melalui kod Mathematica ILMEV. Kernel Mathematica mengguna sepenuhnya pustaka piawai Mathematica dan enjin pemplotan Mathematica melalui kod Mathematica yang disediakan oleh ILMEV (iaitu kod Mathematica ILMEV). Sebagai contoh, pengguna mungkin ingin mengubah nilai pemboleh ubah yang ditunjuk pada skrin output bagi arahan pemplotan (sebagai contoh, nilai domain bagi persamaan). Pengguna boleh melakukan ini melalui kotak *pop up* antara muka ILMEV dengan memasukkan nilai input yang baru. Pengantar acara mengemas kini dengan memaklum enjin pemplotan menerusi kernel Mathematica. Skrin output memaparkan acara tettingkap seperti menskrol tettingkap, membesar dan mengecil (*mengezom*) tettingkap dan hasil output.



RAJAH 1. Struktur Teknikal Sistem ILMEV

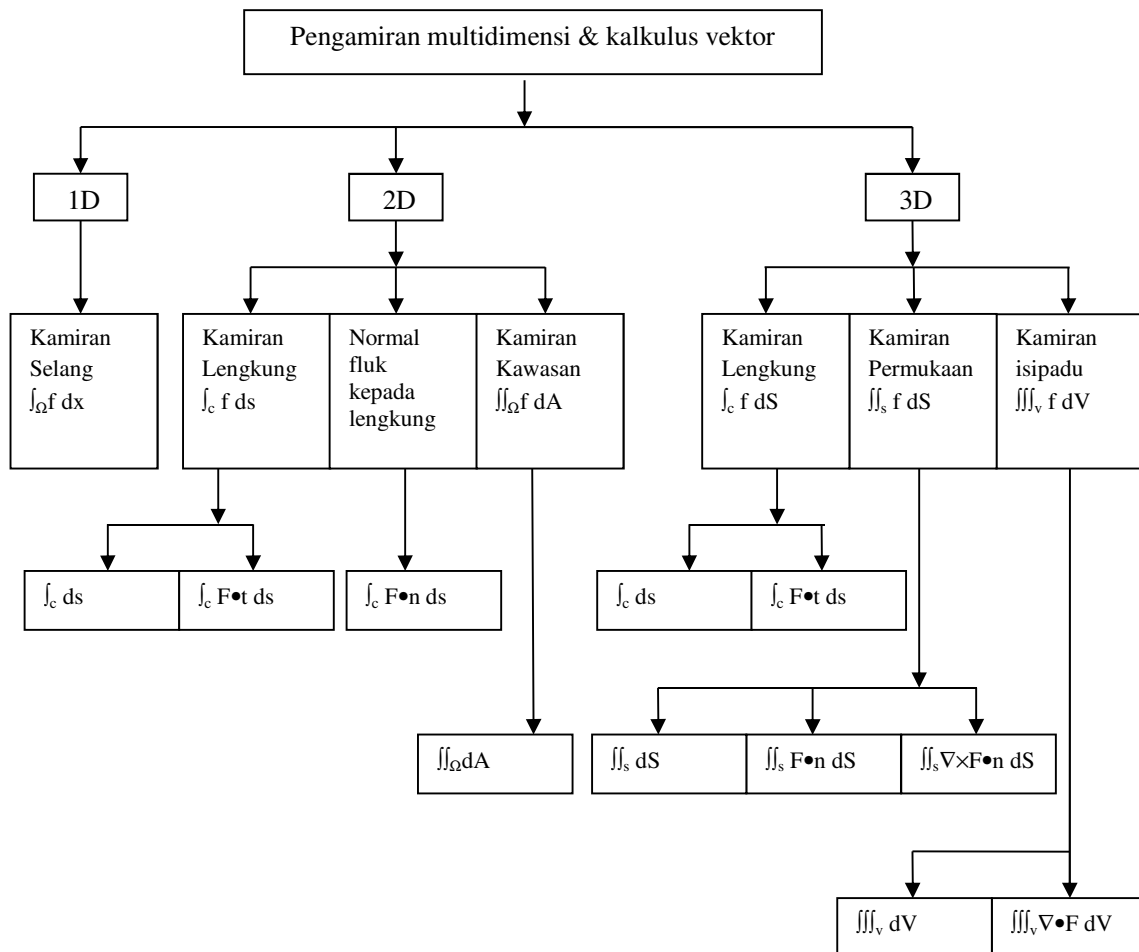
ILMEV berkomunikasi dengan pengguna melalui rentetan teks untuk memberi fleksibiliti dengan menyembunyi Mathematica daripada pengguna dan menghasil ungkapan matematik seperti yang tertera dalam buku teks. Bagaimanapun, penggunaan rentetan teks ini mendedah satu lagi masalah lain. Sistem tersebut mesti berkemampuan mengendali penukaran daripada notasi matematik yang dipapar pada skrin input kepada yang boleh diterima oleh enjin Mathematica (*backward conversion*). Satu penukaran yang sama juga perlu dilakukan bagi menukar daripada perwakilan sistem dalaman kepada paparan output (*forward conversion*) (rujuk Rajah 2).



RAJAH 2. Penukaran Ungkapan

## KANDUNGAN ILMEV

Reka bentuk sistem ILMEV terbahagi kepada empat bahagian: (i) kandungan, (ii) antara muka, (iii) ciri-ciri, dan (iv) persekitaran matematik (Adnan, 2009; Yaacob, 2002). Bahagian ini membincang mengenai kandungan ILMEV yang dibangun berasaskan model kamiran multidimensi dan kalkulus vektor (rujuk Rajah 3).



RAJAH 3. Model pengamiran multidimensi dan kalkulus vektor

Model ILMEV mempunyai komponen perisian dan pedagogi. Komponen perisian terdiri daripada dua bahagian: (i) *Mathematica notebook* (antara muka) dan (ii) kod tambahan ILMEV. *Mathematica notebook* telah sedia ada dalam perisian *Mathematica*. Manakala kod tambahan ILMEV dibangun untuk membina antara muka ILMEV, ciri-ciri dan algoritma *Cylindrical Algebraic Decomposition* (CAD) bagi persekitaran *Mathematica* ILMEV (Collins, 1991)

Komponen pedagogi sebaliknya menerangkan konsep pedagogi SAK yang dibangun berdasarkan teori asas, reka bentuk dan implementasi konsep berikut: interaktiviti, visualisasi, pengujikajian, prinsip Kotak Putih Kotak Hitam, kepelbagaian perwakilan dan teknik langkah demi langkah (berserta penjelasan) yang berkaitan dengan persekitaran pengajaran dan pembelajaran matematik apabila menggunakan SAK (Yaacob, 2010).

## ANTARA MUKA ILMEV

Sistem ILMEV mempunyai antara muka mesra pengguna kepada aturcara simbolik (Mathematica). Sebagai antara muka yang direka khas bagi tujuan pendidikan, motivasi utama di sebalik pembangunan ini ialah membolehkan pengguna mencapai keupayaan sepenuhnya SAK (Mathematica) tanpa perlu menguasai idiosinkrasi sistem dan kesukaran memasukkan maklumat. Untuk mencapai tujuan ini, antara muka yang mudah ditambah dengan ciri-ciri khas bagi kegunaan pendidikan disediakan. Memandangkan antara muka ILMEV dibangun berdasarkan konsep interaktif *notebook*, pengguna bebas mengabung teks, nombor dan grafik.

Beberapa pakej pendidikan mengambil pendekatan pertuturan, menggunakan dialog soal jawab untuk berinteraksi dengan pelajar melalui urutan logik tertentu. Memandangkan matlamat utama adalah untuk menghasilkan alat yang menggalak konsep pengajaran dan pembelajaran melalui konsep pedagogi SAK, pendekatan tersebut tidak praktikal. Pendekatan yang bersesuaian bagi tujuan ini ialah "manipulasi secara langsung dan antara muka berasaskan menu menggunakan dialog berasaskan acara" dengan pengguna yang memula urutan dialog tersebut (Yaacob, 2007; Yaacob, et al., 2010).

Pertubuhan Matematik Amerika melalui *Interactive Mathematics Text Project* (IMTP) mentakrif teks interaktif sebagai: "dokumen komputer yang mana alat simbolik, berangka dan grafik boleh diguna" (Porter, 2003). Antara muka ILMEV adalah berdasarkan konsep teks interaktif ini yang mana keputusan pengiraan ditunjuk dan boleh disimpan dalam *notebook* supaya pengguna mempunyai rekod kerja masing-masing. Pengguna juga boleh menggabungkan teks, formula, grafik dan objek lain di dalamnya. Melalui projek IMTP, dipercayai teks interaktif mampu menyediakan persekitaran yang mana pengguna boleh melibatkan diri, meneroka, menggambarkan (graf dan animasi) dan bereksperimen (berbagai nilai) dengan matematik. Memandangkan visualisasi seperti graf dan animasi juga merupakan konsep yang penting dalam kalkulus vektor, usaha ditumpu dalam menggunakan enjin Mathematica bagi memplot dan meningkatkan penggunaannya dengan menjadikan lebih mudah diguna.

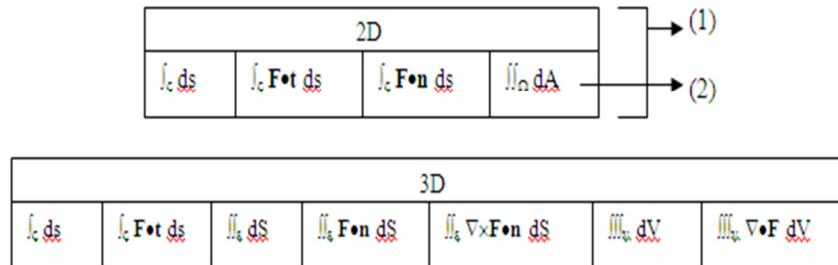
Program algebra komputer biasanya tidak bertolak ansur terhadap kesilapan pengguna dan mendesak pengguna menentu arahan atau input yang diinginkan dengan tepat mengikut format yang dikehendaki (arahan sintaks serta tertib operasi yang betul), dengan sedikit atau tidak ada bantuan daripada perisian (Tintarev, 2002). Bagaimanapun, dalam ILMEV, bagi mengurangi kelemahan ini, kemudahan bimbingan input seperti berikut disediakan:

- i. input ungkapan matematik akan disemak dan, jika perlu, diubah suai supaya sepadan dengan sintaks Mathematica,
- ii. syarat dan sekatan ke atas input hanya diambil kira apabila perlu,
- iii. mesej ralat dihasil untuk input yang tidak tepat,
- iv. cadangan diberi untuk memperbaiki input tertentu.

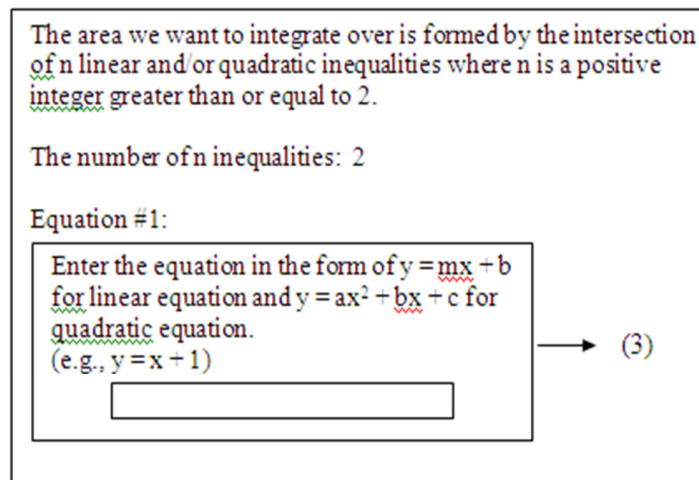
Sebagai contoh, tatatanda matematik tidak memerlukan kurungan (i.e., ( )) di sekitar persamaan terhadap fungsi bina-dalam sekiranya hasil itu tidak kabur. Justeru,  $\sin x$  dibenar, tetapi kurungan dikehendaki dalam  $\sin(x + y)$  bagi membezanya daripada  $(\sin x) + y$ . Penyunting arahan sintaks yang disediakan oleh Mathematica memudahkan input dan penyuntingan ungkapan matematik. Selain daripada itu, ILMEV membenarkan pengubahsuaian ungkapan matematik muncul seperti tertera di dalam buku teks (iaitu  $\sin x$ , berbanding  $\sin[x]$ ). Kelebihan ini menyebabkan pengguna tidak perlu berinteraksi dengan Mathematica secara langsung dan hanya perlu tahu sintaks dan struktur arahan Mathematica yang minimum.

## CIRI-CIRI ILMEV

Rajah 4 dan Rajah 5 menunjukkan sesi ILMEV yang mana tiga komponen asas ciri ILMEV boleh dilihat. Nombor sepadan dengan rajah, dan komponen tersebut ialah: (1) Menu operator, (2) Butang dan (3) Kotak *pop up*.



RAJAH 4. Sesi ILMEV



RAJAH 5. Sesi ILMEV

Operasi perkiraan matematik dipilih dari menu operator (iaitu (1)) yang terdiri daripada beberapa butang (iaitu (2)). Terdapat dua jenis kotak *pop up*: Kotak dialog (iaitu (3)) dan kotak teks. Pengiraan matematik dan arahan memplot dihasil daripada maklumat yang dimasukkan ke dalam kotak dialog *pop up*, dan kemudahan bimbingan pula atas inisiatif sistem ILMEV dalam bentuk kotak teks *pop up*. Ungkapan dimasukkan dalam kotak dialog *pop up* dengan menaip di papan kekunci. Kotak dialog *pop up* dan kotak teks *pop up* boleh digerak di sekitar skrin dan disembunyi jika perlu. Merujuk kepada skrin output, keputusan pengiraan disusun secara logik dan grafik diplot dengan betul. Hasil tersebut ditampal secara automatik dalam Mathematica *notebook* (iaitu dokumentasi penyelesaian secara automatik) dan boleh disimpan dalam fail. Aspek lain yang unik dalam sistem ILMEV ialah paparan teknik penyelesaian langkah demi langkah (Yaacob, et al., 2010).

ILMEV adalah satu sistem yang bertujuan menjadikan SAK sebagai satu alat berkuasa tinggi dan boleh dipercayai dalam kalkulus dan kalkulus vektor. ILMEV mengintegrasikan kemampuan enjin algebra komputer, antara muka yang mudah digunakan, dan seterusnya menjadi alat yang berkuasa tinggi untuk melaksana arahan. Selain daripada itu, ILMEV juga

menyedia akses mudah kepada fungsi Mathematica melalui struktur arahan berasaskan menu. Sejumlah besar kod Mathematica telah ditulis untuk menghasil operasi perkiraan matematik yang tersenarai dalam menu operator. Pelbagai dialog dalam bentuk *pop up* kotak dialog dan *pop up* kotak teks disedia oleh ILMEV untuk menyokong operasi dalam proses penyelesaian permasalahan. Tambahan pula, semua ungkapan matematik dipapar seperti yang tertera dalam buku teks, boleh diedit dalam *notebook* melalui dokumentasi penyelesaian secara automatik.

Salah satu matlamat utama reka bentuk ILMEV ialah menyembunyi Mathematica daripada pengguna sistem. Oleh yang demikian, dalam ILMEV pengguna tidak perlu berinteraksi dengan Mathematica secara langsung dan hanya perlu mengetahui sedikit sintaks dan struktur arahan Mathematica. Semua formula kalkulus vektor dipilih daripada menu operator yang terdiri daripada beberapa butang. Menu operator diguna untuk memapar butang yang mewakili operasi matematik seperti  $\int_{\Omega} f dx$  dan  $\int_c f ds$ . Sebagai contoh, apabila butang  $\int_c f ds$  diklik, ia mendedah maklumat tambahan untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan operasi tersebut. Semua formula yang dipapar mengguna konvensyen yang serupa seperti yang diguna dalam tatatanda matematik. Satu senarai penuh menu operator ILMEV (1D, 2D, 3D) adalah berdasarkan operasi matematik seperti yang dinyatakan dalam model pengamiran multidimensi dan vektor kalkulus, iaitu,  $\int_{\Omega} f dx$ ,  $\int_c f ds$ ,  $\int_c ds$ ,  $\int_c \mathbf{F} \cdot \mathbf{t} ds$ , dan lain-lain (rujuk Rajah 3).

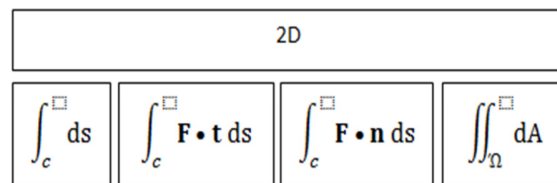
#### PERSEKITARAN MATEMATIK ILMEV

Pertimbang masalah penting yang kerap ditemui dalam buku kalkulus (Davis, et al., 1999; Yaacob, et al., 2008): Enam garisan

$$y = x + 1, y = -x + 1, y = x - 1,$$

$$y = -x - 1, y = 1/2, y = -1/2$$

membatas satu heksagon dalam satah. Tulis luas kawasan ini sebagai jumlah kamiran terlelar dan kemudian penilaian dilaksana. Semak jawapan yang diperolehi daripada dapatan luas mengguna asas geometri. Bahagian genting dalam masalah ini ialah memahami geometri. Antara muka ILMEV memudah tugas ini (Steinberg, 1999; Strzebonski, 2000; Wester, et. al. 2011).



RAJAH 6. Sesi Permulaan ILMEV

Pelajar perlu memulakan ILMEV dalam Mathematica dan kemudian memilih jenis masalah yang hendak diselesai. Sebahagian daripada menu ditunjuk dalam Rajah 6. Bagi masalah ini, pelajar harus memilih nilai bagi luas integer. Seterusnya, pelajar perlu menentu bilangan persamaan sepadan dalam sesuatu masalah dan kemudian memasuk persamaan tersebut. Selepas memasuk satu persamaan, ILMEV membantu menyedia ketaksamaan sepadan. Rajah 7 menunjukkan bahagian pertama bagi penyelesaian masalah:

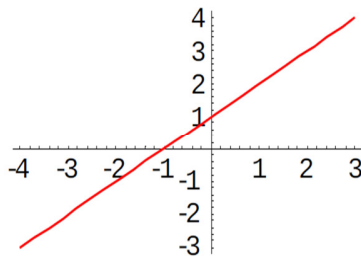
Nombor ketaksamaan  $n$ : 6

Persamaan #1:

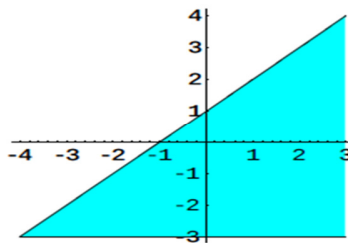
$$y = x + 1$$



Graf  $y = x + 1$  dengan  
 $-4 \leq x \leq 3$ :

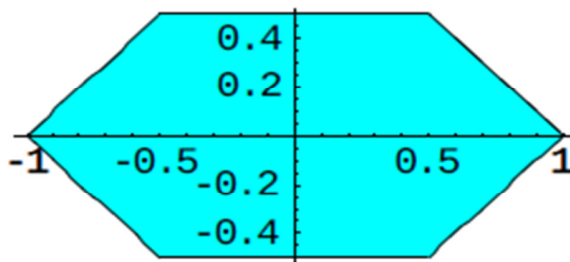


Ketaksamaan  $y = x + 1$ :  
 $y \leq x + 1$   
 Graf  $y \leq x + 1$ :



RAJAH 7. Sebahagian Sesi ILMEV

Setelah itu, pelajar memasuk lima persamaan lagi dan menukar setiap satu kepada ketaksamaan. ILMEV mencetak beberapa maklumat mengenai titik persilangan garis lurus tersebut, titik bucu heksagon, dan kemudian memplot heksagon tersebut (lihat Rajah 8).



RAJAH 8. Heksagon

Seterusnya, ILMEV memapar kamiran terlelar secara simbolik:

$$\int_{-1}^{-0.5} \int_{-1-x}^{1+x} 1 \, dydx + \int_{-0.5}^{0.5} \int_{-0.5}^{0.5} 1 \, dydx + \int_{0.5}^1 \int_{-1+x}^{1-x} 1 \, dydx$$

Setelah itu, pelajar boleh meminta ILMEV menilai kamiran tersebut yang menghasil keluasan bernilai  $3/2$ . ILMEV juga boleh mengira kamiran bagi kawasan yang digambar oleh persamaan kuadratik dengan cara yang sama seperti yang diguna bagi persamaan linear.

Satu kelebihan ILMEV adalah (*notebook*) boleh diguna semula dengan mudah. Sebagai contoh, dalam ketaksamaan  $y \geq x^2$  boleh diganti dengan  $y \geq 2x^2 - 1/2$ , dan kemudian boleh dilaksana semula. Contoh lain, seorang pelajar boleh menggantikan tiga tembereng teratas heksagon

dengan  $y = 1 - x^2$  dan kemudian mengira semula keluasan tersebut. Keupayaan grafik ILMEV (memplot setiap ketaksamaan secara berasingan dan kemudian memplot semua secara serentak) dapat membantu pelajar melihat titik pertemuan termini lengkung baharu bertindan dengan titik pertemuan termini sempadan bawah heksagon (Yaacob, 2007; Yaacob, 2010).

## KESIMPULAN

Sistem ILMEV direka bagi mengatasi masalah kesukaran memahami geometri dalam dua dan tiga dimensi, membantu pengguna dalam mengira kamiran dan meningkatkan kefahaman mengenai kalkulus vektor. ILMEV dibangun menggunakan konsep pedagogi SAK dan perwakilan multimedia untuk menjadikannya mesra pengguna dan membantu pengguna mempunyai pandangan yang jelas dan pemahaman mengenai masalah 2D dan 3D. Sistem ILMEV adalah satu sistem yang secara sistematik membuat keputusan mengenai masalah geometri dengan membenarkan kamiran terhadap kawasan dikira sebagai jumlah kamiran terlelar. Selain daripada itu, sistem ini juga mempunyai keupayaan memberi beberapa penjelasan mengenai langkah yang diperlu untuk mendapat penyelesaian secara automatik (Yaacob, 2007; Yaacob, 2010).

## RUJUKAN

- Adnan, N., Yaacob, Y., Hasan, M. K., Salleh, H. and Norbatcha, I. 2009. Developing CAS models in immunology teaching. *IEEE Proceedings of the 2009 International Conference on Electrical Engineering and Informatics*. Bangi: Fakulti Teknologi & Sains Maklumat, Universiti Kebangsaan Malaysia, 172-176.
- Awang Lah, H. and Yaacob, Y. 2011. Konsep pedagogi Computer Algebra System (CAS) dalam penyelesaian masalah fizik (linear motion). *International Malaysian Educational Technology Convention*. Kuantan: Pahang.
- Collins, G. E. and Hong, H. 1991. Partial cylindrical algebraic decomposition for quantifier elimination. *Journal of Symbolic Computation*, (3): 299-328.
- Davis, B., Porta, H. and Uhl, J. 1999. *Vector Calculus & Mathematica (VC&M) (Computer Program)*. Ohio: Everywhere, Inc.
- Fiume, E. 1995. *An Introduction to Scientific, Symbolic, and Graphical Computation*. Massachusetts: AK Peters.
- Hassan, N. A. 2004. Pengintegrasian Sistem Algebra Komputer (CAS) dalam Pembangunan Perisian Kursus Multimedia untuk Pendidikan Prakalkulus: Fungsi Kuadratik. Master thesis, Universiti Kebangsaan Malaysia.
- Hayden, M. B. 1996. NEWTON: An Interactive Environment for Exploring Mathematics. Ph.D. thesis, University of Rhode Island, U.S.A.
- Joachim von zur Gathen and Gerhard, J. 1999. *Modern Computer Algebra*. United Kingdom: Cambridge University Press.
- Mohd. Zawawi, K. A. 2004. Pengintegrasian Sistem Algebra Komputer (CAS) dalam Pembangunan Perisian Kursus Multimedia untuk Pendidikan Prakalkulus (Geometri Koordinat). Master thesis, Universiti Kebangsaan Malaysia.
- Porter, J. 2003. Why interactive texts. <http://www.poincare.math.upenn.edu>.
- Steinberg, S. 1999. Let's do some analysis, In Wester, M. (ed.), *Computer Algebra Systems: A Practical Guide*. United Kingdom: John Wiley & Sons.
- Strzebonski, A. 2000. Solving systems of strict polynomial inequalities, *Journal of Symbolic Computation*, 29 (3): 471-480.
- Tintarev, K. 2000. Design of user interface for computer-aided instruction of mathematics, *Mathematics and Mathematical Education, World Scientific eProceedings*. 291-305.

- Tiwari, T. 2007. Computer graphics as an instructional aid in an introductory differential calculus course, *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 2(1): 32-48.
- Wester, M., Yaacob, Y. and Steinberg, S. 2011. Computing integrals over polynomially defined regions and their boundaries in 2 and 3 dimensions, *Journal of Mathematics and Computers in Simulation*, 82(1): 79-101.
- Yaacob, Y., Hassan, N. A., Amiruddin, H. and Mohd. Zawawi, K. A. 2002. ILMEC multimedia courseware: A pedagogical tool to enhancing mathematics education in Malaysia, *Vienna International Symposium on Integrating Technology into Mathematics Education (VISIT-ME 2002)*, Institute of Mathematics, University of Vienna: Austria, CD Rom.
- Yaacob, Y., Steinberg, S. dan Wester, M. 2005. The development of a multimedia symbolic vector analysis package, *paper presented at the International Conference on Applications for Computer Algebra (ACA)*, Nara Women University: Japan.
- Yaacob, Y. 2007. Interactive Learning – Mathematica Enhanced Vector calculus (ILMEV).Ph.D thesis, International Islamic University Malaysia.
- Yaacob, Y., Steinberg, S., Wester, M., Ismail, A. dan Salleh, H. 2008. ILMEV (Interactive Learning - Mathematica Enhanced Vector Calculus) Package. *Seminar Pendidikan Kejuruteraan & Alam Bina (PeKA)*, Bangi: Faculty of Engineering, Universiti Kebangsaan Malaysia, 74-83.
- Yaacob, Y., Wester, M. dan Steinberg, S. 2010. Towards the development of an automated learning assistant for vector calculus: Integration over planar regions, *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 17(2): 81-86.
- Zawawi, N. S. 2012. Immunology Education Software (IMEDS) menggunakan Sistem Al-Jabr Komputer (CAS). Master thesis, Universiti Kebangsaan Malaysia, 2012.

Yuzita Yaacob  
Faculty Of Information Science And Technology,  
Universiti Kebangsaan Malaysia

Stanley Steinbergh  
Department Of Mathematics And Statistics,  
Cancer Research And Treatment Center,  
University Of New Mexico, Albuquerque Nm 87131-1141

Michael Wester  
Department Of Mathematics And Statistics,  
Center For High Performance Computing  
University Of New Mexico, Albuquerque Nm 87131-1141

Received: 17 November 2013

Accepted: 23 December 2013